



# ВОСТОЧНО ЕВРОПЕЙСКИЙ НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ

DOI: 10.31618/ESSA.2782-1994.2021.1.67

#3(67), 2021 часть 1

#3(67), 2020 part 1

Восточно Европейский научный журнал  
(Санкт-Петербург, Россия)

Журнал зарегистрирован и издается в России  
В журнале публикуются статьи по всем  
научным направлениям.

Журнал издается на русском, английском и  
польском языках.

Статьи принимаются до 30 числа каждого  
месяца.

Периодичность: 12 номеров в год.

Формат - А4, цветная печать

Все статьи рецензируются

Бесплатный доступ к электронной версии  
журнала.

Eastern European Scientific Journal  
(St. Petersburg, Russia)

The journal is registered and published in Russia  
The journal publishes articles on all scientific  
areas.

The journal is published in Russian, English  
and Polish.

Articles are accepted till the 30th day of each  
month.

Periodicity: 12 issues per year.

Format - A4, color printing

All articles are reviewed

Free access to the electronic version of journal

Редакционная коллегия

Главный редактор - Адам Барчук

Миколай Вишневецки

Шимон Анджеевский

Доминик Маковски

Павел Левандовски

Ученый совет

Адам Новицки (Варшавский университет)

Михал Адамчик (Институт  
международных отношений)

Питер Коэн (Принстонский университет)

Матеуш Яблоньски (Краковский  
технологический университет имени  
Тадеуша Костюшко)

Петр Михалак (Варшавский университет)

Ежи Чарнецкий (Ягеллонский университет)

Колуб Френнен (Тюбингенский  
университет)

Бартош Высоцкий (Институт  
международных отношений)

Патрик О'Коннелл (Париж IV Сорбонна)

Мацей Качмарчик (Варшавский  
университет)

Editorial

Editor-in-chief - Adam Barczuk

Mikolaj Wisniewski

Szymon Andrzejewski

Dominik Makowski

Pawel Lewandowski

Scientific council

Adam Nowicki (University of Warsaw)

Michal Adamczyk (Institute of International  
Relations)

Peter Cohan (Princeton University)

Mateusz Jablonski (Tadeusz Kosciuszko  
Cracow University of Technology)

Piotr Michalak (University of Warsaw)

Jerzy Czarnecki (Jagiellonian University)

Kolub Frennen (University of Tübingen)

Bartosz Wysocki (Institute of International  
Relations)

Patrick O'Connell (Paris IV Sorbonne)

Maciej Kaczmarczyk (University of Warsaw)

**Давид Ковалик (Краковский технологический университет им. Тадеуша Костюшко)**

**Питер Кларквуд (Университетский колледж Лондона)**

**Игорь Дзедзич (Польская академия наук)**

**Александр Клиmek (Польская академия наук)**

**Александр Роговский (Ягеллонский университет)**

**Кехан Шрайнер (Еврейский университет)**

**Бартош Мазуркевич (Краковский технологический университет им. Тадеуша Костюшко)**

**Энтони Маверик (Университет Бар-Илан)**

**Миколай Жуковский (Варшавский университет)**

**Матеуш Маршалек (Ягеллонский университет)**

**Шимон Матысяк (Польская академия наук)**

**Михал Невядомский (Институт международных отношений)**

**Главный редактор - Адам Барчук**

1000 экземпляров.

Отпечатано в ООО «Логика+»

198320, Санкт-Петербург,

Город Красное Село,

ул. Геологическая,

д. 44, к. 1, литера А

«Восточно Европейский Научный Журнал»

Электронная почта: [info@eesa-journal.com](mailto:info@eesa-journal.com),

<https://eesa-journal.com/>

**Dawid Kowalik (Kracow University of Technology named Tadeusz Kościuszko)**

**Peter Clarkwood (University College London)**

**Igor Dziedzic (Polish Academy of Sciences)**

**Alexander Klimek (Polish Academy of Sciences)**

**Alexander Rogowski (Jagiellonian University)**

**Kehan Schreiner (Hebrew University)**

**Bartosz Mazurkiewicz (Tadeusz Kościuszko Cracow University of Technology)**

**Anthony Maverick (Bar-Ilan University)**

**Mikołaj Żukowski (University of Warsaw)**

**Mateusz Marszałek (Jagiellonian University)**

**Szymon Matysiak (Polish Academy of Sciences)**

**Michał Niewiadomski (Institute of International Relations)**

**Editor in chief - Adam Barczuk**

1000 copies.

Printed by Logika + LLC

198320, Region: St. Petersburg,

Locality: Krasnoe Selo Town,

Geologicheskaya 44 Street,

Building 1, Litera A

"East European Scientific Journal"

Email: [info@eesa-journal.com](mailto:info@eesa-journal.com),

<https://eesa-journal.com/>

# СОДЕРЖАНИЕ

## АРХИТЕКТУРА

<b>Свистун І.В.</b> РОЛЬ І СПЕЦИФІКА АКЦЕНТУ В КЛАСИЧНІЙ АРХІТЕКТУРІ .....	4
---	---

## СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫЕ НАУКИ

<b>Kravchuk H., Dudnik Ye.</b> STUDY OF THE STATE OF FOREST ECOSYSTEMS .....	10
---	----

## ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

<b>Nguyen Van Bang, Hoang Van Ngoi, Nguyen Duy Tien, Nguyen Ngoc Tuan</b> SYNTHESIS OF THE MANEUVERING TARGET COORDINATE DETERMINATION ALGORITHM ON THE BASIS OF APPLICATION OF THE INTERACTIVE MULTI-MODEL ADAPTIVE FILTERING TECHNIQUE .....	16
---	----

<b>Terentyev A.A., Gorbatyuk Ie.V., Serpinska O.I., Borodinya V.V.</b> INCREASING EFFICIENCY OF INFORMATION SYSTEM OF COMPLEX SECURITY OF BUILDINGS PROTECTION .....	24
---	----

<b>Немах А.М., Донський Д.Ф., Нестеренко С.В.</b> ПЕРСПЕКТИВИ ВИКОРИСТАННЯ ІНГІБІТОРІВ ДЛЯ ПІДВИЩЕННЯ КОРОЗИЙНОЇ СТІЙКОСТІ ЦЕМЕНТНОГО КІЛЬЦЯ ОБСАДНОЇ КОЛОНИ НАФТОВИХ РОДОВИЩ ІРАКУ .....	29
--	----

<b>Иродов В.Ф., Чирин Д.А., Шаптала М.В., Шаптала Д.Е.</b> ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ ПРИ ЭВОЛЮЦИОННОМ ПОИСКЕ ДЛЯ СОЛНЕЧНОГО ПЛЕНОЧНОГО КОЛЛЕКТОРА С ТЕПЛОВЫМ НАСОСОМ .....	36
--	----

## ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

<b>Новиков М.Д.</b> ТЕСТИРОВАНИЕ ПРОГРАММ НА ЯЗЫКЕ ПАСКАЛЬ, ИСПОЛЬЗУЮЩИХ ДИНАМИЧЕСКУЮ ПАМЯТЬ .....	45
---	----

<b>Сучков М.В., Трифоненков В.П.</b> О СХОДИМОСТИ СПЕКТРАЛЬНЫХ РАЗЛОЖЕНИЙ ДЛЯ ОПЕРАТОРА ЛАПЛАСА С РАЗРЫВНЫМ КОЭФФИЦИЕНТОМ В ЗАМКНУТОЙ ОБЛАСТИ, СОДЕРЖАЩЕЙ ТОЧКИ РАЗРЫВА .....	48
--	----

# АРХИТЕКТУРА

УДК 72.01  
ДРПНТІ 67

**Svystun I. V.**

*Applicant Department of Theory, History of Architecture  
The National Academy of Fine Arts and Architecture of Ukraine  
orcid.org/0000-0003-3450-3960*

## THE ROLE AND SPECIFICITY OF THE ACCENT IN CLASSICAL ARCHITECTURE

### The origins of the formation.

**Свистун Ігор Володимирович.**

*Пошукувач каф. теорії, історії архітектури  
Національної академії образотворчого мистецтва і архітектури України.*

## РОЛЬ І СПЕЦИФІКА АКЦЕНТУ В КЛАСИЧНІЙ АРХІТЕКТУРІ

### Витоки формування

**Summary.** The study is aimed at determining the role and specifics of using the compositional means of accent in classical architecture. The main feature of the use of accent during this period is the stability of its compositional characteristics and its use as a basic tool in the structure of the architectural form. High plastic and artistic qualities created on the basis of the order system, as well as the strength of traditions, have identified him as a symbol in the history of classical architecture.

An accent in a classic period was called to strengthen building prestige, role of main facade and parade entrance, underline them important position in the general structure of architectural form. It leads to that accent, – in a classic period of development of architecture was not a second-rate or casual element, but served as a main composition mean, fixed as a concrete composition structure (formulas), that became the standard of expressiveness and harmony. Application of this composition mean was a basic traditional decision in classic architecture (by essence of the classics in architecture).

Found out the followings types of accentual decisions: First and major – on the basis of three-cornered fronton or attika with addition of portico; Second – on the basis of the arched construction; Combined – combines a fronton and arch; Additional are portals (with different configurations of cuts and registration), front doors stair, portholes (gothic architecture), dome, sculptural the plastic arts and other.

**Анотація.** Дослідження спрямоване на визначення ролі і специфіки використання композиційного засобу акцент у класичній архітектурі. Основною особливістю використання акценту в цей період є стійкість його композиційних характеристик і застосування в якості базового засобу в структурі архітектурної форми. Високі пластичні та художні якості, створені на основі ордерної системи, а також сила традицій, визначили його як символ в історії класичної архітектури. Виявлено наступні види акцентних рішень: 1 (базовий) – на основі трикутного фронтона або аттика з додаванням портика; 2 – на основі арочної конструкції; 3 – (комбіноване) – поєднує фронтон і арку; 4 (додаткові) – портали (з різними конфігураціями прорізів і оформленням), парадні сходи, круглі вікна (готика), купол, скульптурна пластика та ін.

*Key words: accent, composition, architectural form, classical style, history of architecture.*

*Ключові слова: акцент, композиція, архітектурна форма, класичний стиль, історія архітектури.*

### Постановка проблеми.

Незалежно від історичного періоду підвищення виразності зовнішньої форми будівель – одне з найважливіших завдань і водночас процесів у розвитку архітектури. Відповідаючи вимогам свого часу, кожна епоха прагнула до оновлення пластичної мови архітектури, використовуючи для цього необхідні засоби і прийоми. Серед багатьох можливих рішень цього важливого завдання в даному дослідженні розглядаються роль і особливості акценту – як засобу архітектурної композиції, покликаною посилити виразність архітектурної форми та виділити об'єкт у міському просторі. Незважаючи на активне використання акценту в архітектурній

практиці, він не став предметом наукового пошуку та обґрунтування. Для більш глибокого розуміння особливостей використання акценту в новітньому формоутворенні на межі ХХ–ХХІ ст. доцільно звернутися до історичного досвіду, а саме до класичного періоду розвитку архітектури – витоків його виникнення. Даний етап несе в собі величезний практичний досвід в еволюції зодчества. Звернення до основ архітектурної діяльності, його генезису, дасть можливість повніше представити роль і характер процесів розвитку акценту в минулих епохах, порівнявши їх з тенденціями сучасного періоду. Це дозволить заповнити прогалину в композиційній теорії,

допоможе сформулювати перспективи його застосування в новітній архітектурі.

#### **Аналіз останніх досліджень і публікацій.**

На підставі вивчення класичних літературних джерел – праць таких вчених і практиків, як Вітрувій, Альберті Л. Б., Віньйола Д. Б., Палладіо А., Віоле ле Дюк Е. Е. та ін. [1-5], можна зробити висновок, що у цих теоретиків архітектури відсутні науково обґрунтовані рекомендації щодо використання акценту, визначення його ролі і специфіки композиційного засобу в побудові форми. Однак, на практиці його застосування відноситься до формотворчих рішень, що широко застосовувались в історичному минулому зодчества. У сучасній науковій літературі також відсутні матеріали щодо заявленої теми, що свідчить про наукову прогалину в композиційній теорії. Така розбіжність теорії і практики стала основою вивчення даної проблеми.

#### **Формулювання цілей і завдань статті.**

Метою дослідження є визначення ролі і специфіки композиційного засобу акцент у підвищенні виразності архітектурної форми класичного періоду розвитку. Передбачено розв'язання таких завдань: – вивчити літературні джерела по темі; – провести аналіз об'єктів класичного періоду історії архітектури; – визначити причини виникнення акценту; – виявити його основні геометричні та композиційні характеристики.

#### **Основна частина.**

У трактаті Вітрувія [1] – у першій, що дійшла до нас, теоретичній праці по архітектурі давньоримського архітектора, не розглядається окремо поняття акценту, в розумінні засобу акцентування архітектури та підвищення виразності її форм. Не вживаються інші, близькі до нього за значенням поняття: домінанта, композиційний центр, геометричний центр, головний елемент композиції та ін.

На перший погляд, ця лакуна в теорії викликає питання. Але її можна пояснити тим, що для Вітрувія гармонійна виразність архітектури була закладена в форму античної споруди греками у вигляді ордерної системи (з 700 – по 500 рр. до н. е.) [8, с. 32, 33] і досягалась на основі закріплення в римський період чіткого дотримання канонічних рекомендацій [1]. У зв'язку з цим він пише: «благопристойністю є бездоганний вигляд споруди, побудований за випробуваними і визнаними зразками» [1, с. 26]. Вітрувій не прагне роз'яснити, на підставі яких засобів композиції можна досягти «благопристойності», а стверджує, що це шлях звернення до досвіду минулого. Виходячи з трактату, головне завдання Вітрувія як вченого зводилося до скрупульозної фіксації і узагальнення встановлених до нього знань у галузі архітектури, виражених в правилах-канонах і передачі їх сучасникам і послідовникам. Архітектору-практику лише потрібно вибрати зразок ордерної системи і неухильно виконувати зазначені правила по її побудові. Це гарантувало

якісний рівень виразності і гармонії споруди, створеної на основі застосування існуючих засобів і властивостей композиції, насамперед *пропорцій* (математична модель), а також *ритму, масштабу, тектоніки, статіки, симетрії, контрасту, нюансу тощо*. Незважаючи на широке використання акценту на практиці і його особливу роль в архітектурі, це застосування не було підкріплено теорією. Акцентування форми використовувалося в будівництві, але на рівні професійної інтуїції без поглибленого теоретичного усвідомлення цієї важливої теми. Тому нескладно пояснити факт відсутності спеціального архітектурного терміна, адекватного поняттю «акцент» у класичній архітектурі. Можливо, при створенні твору архітектури він просто не був потрібний?

Як відомо, слово акцент широко вживається в різних сферах життя і діяльності людини, у тому числі мистецтві і архітектурі. Він являє собою засіб (метод, принцип), який дає змогу виділитися на загальному тлі і звернути на себе увагу. Але первинне смислове значення цього слова свідчить про більш вузький сегмент застосування акценту. Так, ми можемо його побачити в тлумачних словниках, воно визначається як «наголос» (від лат. *accentus*) і вказує на лінгвістичні корені, пов'язані з усним мовленням, вимовою, діалектами і виразністю мови, а також теорією музики [6, том 1, с. 31]. У наш час термін «акцент» отримав тлумачення, яке відповідає його архітектурній специфіці. Словник «Архітектурні терміни» Безродного П. П. дає таке пояснення: «*Акцент (від лат. *accentus* – наголос) – виділення будь-якого елемента, деталі в архітектурному творі, посилення його значення*» [7, с. 18]. Відсутність спеціального архітектурного терміна в давнину підтверджує висновок про те, що в період зародження класичної архітектури питання виділення якоїсь частини форми не було актуальним і не висувалося як самостійна творча задача. Немає сумніву в тому, що якби це було не так, то з огляду на скрупульозність греків і римлян у науках, був би знайдений і введений в професійну мову суто архітектурний термін, а його трактуванню приділили б увагу в класичних теоретичних роботах. Але цього немає.

Що ж являв собою акцент в архітектурі класичного періоду? Як він виник і яку роль грав у формуванні композиційної структури форми?

Тут необхідно підкреслити, що великої різноманітності у виборі засобів акцентування на початковому етапі розвитку класичної архітектури не було. Еквівалентом акценту у греків органічно став такий елемент, як трикутний фронтон – «*(фр.) – завершення фасаду будівлі, портика, колонади...*» [7, с. 253], утворений кроквами двосхилої покрівлі (обрамлений карнизом). Він завершує торцеві фасади (храму) в поєднанні з колонадою – *портиком* «*(лат.) – невеличка колонада перед входом до будинку, завершується фронтоном або аттиком, інколи прикрашена скульптурою чи орнаментом*» [7, с. 181]. У представлених

трактуваннях вказується на об'єднання двох різних елементів, які стали єдиною знаковою композиційною системою. Цей найбільш типовий зразок функціонально-конструктивної схеми, відомий з доісторичних часів, що виділився в самостійну канонічну структуру емпіричним шляхом. Тривіальний ухил двосхилої покрівлі, призначений для стоку дощової води з даху будівлі, набув особливого значення, ставши центром уваги («вузлом») у всій класичній архітектурній формі, його акцентом. Проста, практична побудова дозволила не тільки вирішити функціональні і конструктивні проблеми, а й створити лаконічний, яскравий художній образ (за сукупністю складових відповідає тріаді Вітрувія щодо створення твору архітектури [1, с. 28]). Незалежно від габаритних розмірів всієї споруди (храму), кількості колон в портику форма фронтона залишалася пропорційною всім іншим частинам і цілому, за рахунок застосовуваного модуля і арифметичної пропорції [1, с. 75]. На тлі монументального, статичного композиційного рішення, побудованого на основі горизонтальних і вертикальних членувань форми, трикутна динамічна конфігурація фронтона значно виділялася в структурі всієї будівлі, сприяючи реальному і візуальному об'єднанню колон, фіксуючи своє акцентне значення. Вітрувій зазначає: «*Таке перехресне розташування двох щипців надає гарного виду як даху зовні, так і високому нефу зсередини*» [1, с. 94]. Саме цей елемент, завдяки активній трикутній геометричній побудові, виділився в загальній структурі класичного архітектурного твору і набув в історії не тільки провідного, а й символічного значення. Слід зазначити, що роль архітектурного акценту в формі фронтона може бути значно посилена шляхом включення в його тимпан скульптурної тематичної або орнаментальної композиції, що значно збільшує силу його впливу на глядачів, дозволяючи створювати яскраві образи з високою інформаційною та емоційною ефективністю. (Приклади рішень античного періоду: фронтон Храму Зевса в Олімпії, Греція (460 р. до н. е.); фронти Парфенона в Афінах, Греція (447–432 рр. до н. е.). Зразки стилів неогрек і неокласицизм: фронтон храму Мадлен в Парижі, Франція (1806–1842) – арх. Вільям К.; фронтон Британського музею в Лондоні (1823–1847) – арх. Смерку Р.; фронтон Австрійського Парламенту у Відні, Австрія (1874–1883) – арх. Гансен Т.; та ін.).

Зведення спочатку дерев'яних будівель, а пізніше кам'яних (кінець VI ст. до н. е. [10, с. 37]), на основі раціональної конструктивної стійко-балкової системи і подальше її художнє осмислення дали безцінний досвід, покладений в основу естетично досконалої архітектурної (ордерної) моделі, що проіснувала до наших днів. Можна відзначити, що у зв'язку з тим, що характер акценту мав природне походження і формувався не як самостійний елемент, а як органічна частина цілого (храму), він не вимагав спеціального теоретичного обґрунтування. Грецький храм за

своїм значенням та побудовою від початку виступав акцентом у природному ландшафті або в просторі міста. З огляду на те, що цілісність форми споруди визначала характер композиції і цінувалася як велике досягнення зодчества, буде закономірним висновок – греки акцент цілеспрямовано не винаходили і не створювали, він став органічним результатом повсякденної будівельної практики і логічних процесів. Підтвердженням цього є висловлювання теоретика архітектури XIX ст. Віоле ле Дюка в праці «Бесіди про архітектуру»: «*Одним з істотних переваг грецького мистецтва є ясність, або, кажучи виключно про архітектуру, чітке вираження мети, потреби і методів виконання. Ясність і якість, нерозлучні зі смаком, що властиво не тільки конструкції грецьких будівель, завжди прості і зрозумілі, без двозначності і брехні*» [5, с. 53]. «*Греки насамперед закохані в форму. Вони відкидають все, що може сприяти порушенню її гармонії і єдності. <...> Як не поетична уява грека, вона ніколи не захоплює його за межі правдивого*» [5, с. 54]. Так, торцевий фасад грецького храму в класичній архітектурі став його основним акцентом. З цього часу всі престижні будівлі, створені в історії архітектури на основі європейських традицій, використовували цей «фірмовий знак», що став акцентом-символом, зразком гармонійної побудови форми.

Однією з основних причин появи і застосування акценту в класичній архітектурі було намагання виділити головний в'їзд в місто (брама) або парадний вхід в храм, палац, громадську споруду або багатий житловий будинок і відповідно прикрасити його. Вітрувій присвячує цій темі розділ, в якому детально викладає правила побудови головного входу в храм [1, с. 86–87]. Він також зазначає, що необхідно дотримуватися ієрархії в побудові об'єктів різного призначення: «*Пропорції ж і співмірність колон слідуватимуть іншим правилам, чим ті, які вказані мною для храмів, бо одна справа – величність, яку вони повинні мати в храмах богів, а інша – витонченість їх в портиках та інших будівлях*» [1, с. 105]. Альберті Л.-Б. – теоретик архітектури періоду Ренесансу також дотримується цього правила: «*Фронтон у приватних будинках не повинен ні в якому відношенні наближатися до величі храму. Однак вестибюль буде вишанований піднесенням фасадом і гідним фронтоном*» [2, с. 316]. У цих цитатах вказується на важливість фронтона і колон в побудові храму (головної споруди в типологічній ієрархії) як елементів, що сприяють створенню «величі» і одночасно підкреслюють факт застосування фронтонів у громадських і житлових будинках для «гідного» вигляду.

Як зазначено в трактаті, серед різних типів будівель провідна роль відведена храму – Будинку Бога – найважливішому об'єкту в класичній культурі. Альберті Л.-Б. стверджує: «*У всьому зодчестві немає нічого, що більш потребувало б розуму, турботи, старанності, ніж спорудження*

та оздоблення храму. *Не буду висловлюватися про те, що храм, добре прикрашений, безперечно є найбільшою і першою прикрасою міста. Адже, поза сумнівом, храм є обителлю богів»* [2, с. 215]. У зв'язку з тим, що культ богів ґрунтувався на шануванні і вимагав проведення численних обрядів, виникла потреба у створенні особливого символічного переходу із зовнішнього простору у внутрішній, з реального світу людей в обожнюваний. Це відобразилося на формуванні і закріпленні такого поняття, як *«головний фасад (від лат. «facies» – лице) – лицьова частина будівлі, в основному її зовнішній вигляд або сторона, звернена вперед»* [9, с. 395] (з обов'язковим розміщенням у фасаді парадного входу). Водночас прикрашений лиштвою прямокутний дверний отвір у цей період не був акцентом, а лише доповнював загальне композиційне рішення фасаду. Проте Альберті, підкреслюючи важливість такого рішення, пише: *«Портик і вестибюль прикрашаються входом»* [2, с. 136]. У процесі розвитку портик, завершений фронтоном або аттиком, застосовувався не тільки в культових, а й цивільних будівлях, але вже не як частина цілого, а в ролі додаткового елемента до основного об'єму будівлі (Пантеон в Римі, Італія (118–128)). Це остаточно закріпило за ним лідируючі положення, зробивши стандартом класичної архітектури і «штампом» приналежності до греко-римської цивілізації. Така практика набула широкого поширення на території Середземномор'я і всієї Римської імперії, завдяки тому, що сприяла підвищенню виразності, впізнаваності і статусу об'єктів. Довголіття цієї композиційної структури в архітектурній практиці пояснюється чіткістю, лаконізмом і виразністю її форми. Вона не припускала кожного разу нових індивідуальних рішень, а була стандартною і ретельно прописаною, являючи собою канонічний знак-символ, який вимагає неухильного застосування.

Аналіз зразків класичної архітектури античного періоду показав композиційну стабільність використання акценту в культових і суспільно важливих спорудах протягом всієї історії. Найбільш характерні ознаки і властивості акцентів, представлені в дослідженні, відображають особливості еволюційного розвитку архітектури.

Можна виділити два базові напрямки найчастіше вживані, у розвитку акценту в класичному періоді історії: перший – на основі трикутного фронтону, другий – на основі арочної конструкції (іноді їх комбінації).

Перший напрямок – стійкий у часі, грецький, канонічний, на основі трикутного фронтону і портика, що пройшов через всю історію архітектури і зберіг первинні ордерні характеристики. Тут акцент грав роль знака, що вказує на високий статус споруди (офіційність) і символізує приналежність архітектурного об'єкта до греко-римської традиції. (Приклади античного періоду: храм Конкордії в Агрідженто, Італія (VI ст.

до н. е.); храм Сегести, Сицилія, Італія, кінець V ст. до н. е.; храм Посейдона в Пестумі, Італія, середина V ст. до н. е.; храм Зевса в Олімпії, Греція (460 р. до н. е.); Парфенон в Афінах, Греція (447–432 рр. до н. е.). Зразки будівель в стилях Ренесанс, класицизм, ампір, неогрек і неокласицизм підтверджують стійкість цієї композиційної моделі (храм Мадлен в Парижі, Франція (1806–1842) – арх. Віньон К.; Британський музей у Лондоні (1823–1847) – арх. Смерк Р.; будівля Парламенту у Відні, Австрія (1874–1883) – арх. Гансен Т.).

До цієї групи можна додати ще один різновид акценту на основі греко-римської традиції – портик, завершений аттиком. Хоча він і поступався акценту з фронтоном у виразності, але тим не менш займав гідне місце в ряду акцентних класичних рішень (портик Каріатид у храмі Ерехтеону на Акрополі, Афіни, Греція (бл. 421–406 до н. е.) – арх. Мнесикл; палац Поллі з фонтаном Треві, Рим, Італія (XVII ст.) – арх. Сальві Н.; південний фасад Кедлстон-холу (Дербішир), Англія (1761) – арх. Роберт Адам; Малий Трианон, Версаль, Франція (1764) – арх. Габріель А.–Ж. (ранній Неокласицизм; західний фасад Версальського палацу, Франція (1669–1778) – арх. Лівро Л. і Мансар Ж.–А. – розквіт бароко.)

Другий напрямок розвитку акценту характеризується використанням арочної форми – *«Арка (від лат. arcus – дуга) – криволінійне перекриття отвору в стіні або перекриття приміщення. За формою розрізняють арки напівциркульні, стрічасті, підковоподібні, кілеподібні тощо»* [7, с. 24]. Про особливості арок Альберті оповідає в своєму трактаті, підкреслюючи достоїнства цього конструктивного рішення, але опускаючи його естетичне значення [2, с. 96–98]. З розвитком будівельної практики в римський період історії, заснованої на використанні арочної конструкції (східного впливу, запозиченої у шумерів і етрусків [10, с. 50]), сформувалося ще одне композиційне рішення акценту на основі арочного елемента, що застосовувалося в палацах, термах, цивільних і житлових будівлях (палац Діоклетіана, Спліт, Хорватія (295–305) – поєднує портик з фронтоном і арку («сирійський фронтон» – східний вплив) [8, с. 80–81]; базиліка Максенція в Римі (307 – після 312); терми Траяна (109), Каракалли (212–216), Діоклетіана (298–306), побудовані в Римі, Італія [12, с. 47–49]; західний фасад Храму Марс, Париж, Франція (бароко, бл. 1632) – арх. Мансар Ф.; палац юстиції, Рим, Італія (1888–1910) – арх. Кальдероні Г.; головний фасад Великого палацу (1895–1900) – арх. Делан А.-О., Луве О., Тома О.-Е.-Т. та Малий палац, побудований для Всесвітньої виставки в Парижі, Франція (1900) – арх. Жиро Ш.; Муніципальний палац (в стилі ар нуво), Прага Чехія (1905–1911) – арх. Бальшанік А., Полівка О.).

Так само ця композиційна схема стала широко використовуватися при будівництві в'їзних брам в місто: Арка Пальміри, Сирія (бл. 212–220); Велика брама Порто Маджоре, Рим, Італія (1 ст. н.е.);

В'їзна брама в Рим на Народній площі, Італія (антична споруда, реставрована в XVI ст.). Вершиною застосування арочного елемента є триумфальна арка – характерний тип самостійного акцентного рішення, присвяченого пам'ятним військовим подіям і прославленню правителів [9, с. 41. 10, с. 50-51] (арка Тіберія в Оранж, Південна Франція (бл. 26 р.); арка Тита (81); арка Септимія Півночі (203); арка Костянтина (315) – побудовані в Римі, Італія). Це композиційне рішення органічно доповнило можливості акцентування творів архітектури в наступних історичних періодах і зайняло одне з провідних місць у практиці будівництва (церква Темп'ю Малатестіано, Риміні, Італія (1450) – арх. Альберті Л.-Б. («Це перша християнська церква з класичним мотивом триумфальної арки на головному фасаді» [9, с. 127]); галерея Віктора Еммануїла II, Мілан, Італія (1865–1867) – арх. Менгоні Д.; торгові пасажи в Неаполі, Генуї, Турині та ін.).

Незважаючи на різницю геометричної побудови грецького (трикутного) фронтона і римського (арочного), як акценти вони виконують однакову функцію – виділити головну частину архітектурної форми, підвищити її виразність і закріпити за спорудою основне положення в міському просторі.

У процесі історичного розвитку під впливом будівельних технологій і художньо-стилістичних особливостей, що впливали на характер пластики, і вживаних композиційних прийомів, форма акцентів змінювалася. Поява в класичних будівлях акцентів, здатних підсилити виразність фасадних рішень, вказує на те, що архітекторам минулого було важливо застосовувати необхідні засоби для створення гармонії. На ряду з основними традиційними схемами з використанням фронтона і арки, відомими з давніх-давен, а також комбінованими рішеннями на основі їх поєднання (бароко), зодчі використовували в композиції і додаткові акцентні елементи: портали з різними геометричними конфігураціями і оформленням, парадні сходи (бароко), круглі вікна-троянди (готика), купол, скульптуру тощо.

З огляду на класичну основу всіх європейських стилів (винятком є готика), існує певна спільність і послідовність у визначенні композиційних характеристик акценту. Роль акценту і його властивості в архітектурних стилях на основі класичних традицій розглядаються в окремій статті.

#### **Висновки.**

1. На основі вивчення класичних літературних джерел таких вчених і практиків, як Вітрувій, Альберті, Виньола, Палладіо, Віоле ле Дюк та ін. [1-5], можна зробити висновок, що в теорії архітектури означеного періоду відсутні науково обґрунтовані рекомендації щодо використання акценту, визначення ролі і специфіки цього композиційного засобу в побудові форми.

2. Головним зразком акцентного рішення в усіх європейських стилях на основі класичних

традицій античності (крім готики) аж до середини XX ст. є торцевий фасад грецького храму з трикутним фронтоном і портиком, поєднаний з парадним входом, розташований на головній осі об'єму будівлі.

3. Акцент у класичний період був покликаний посилити виразність, престиж самої будівлі, роль головного фасаду і парадного входу, підкреслити їх значущість у загальній структурі архітектурної форми. Це доводить те, що він – у класичний період розвитку архітектури не був другорядним або випадковим елементом, а служив головним композиційним засобом, зафіксованим у вигляді конкретної композиційної структури (формули), що став зразком гармонії. Застосування даного композиційного засобу було основним традиційним рішенням у класичній архітектурі.

4. Аналіз об'єктів класичної архітектури показав композиційну стабільність використання акценту як засобу підвищення виразності форми протягом усієї історії.

5. Виявлено наступні види акцентних рішень:

1 (базовий) – на основі трикутного фронтона або аттика з додаванням портика;

2 – на основі арочної конструкції;

3 (комбінований) – поєднує фронтон і арку;

4 (додаткові) – портали (з різними конфігураціями прорізів і оформленням), парадні сходи, круглі вікна (готика), купол, скульптурна пластика та ін.

Акцент у класичній архітектурі – породження класики, це і є сама класика в найяскравішому (концентрованому) вигляді.

#### **Перспективи подальших досліджень.**

Дослідження доповнить теорію композиції в загальній історії архітектури, у розділі засоби виразності. Це допоможе включити аспект акцентування в коло інтересів фахівців (теоретиків і практиків) у галузі архітектури та в родинних видів мистецтв та дизайну.

#### **Літературні джерела.**

1. Вітрувій. Десять книг об архітектурі. – Л., Огіз, 1936. – 347 с. [Vitruvij. Desjat' knig ob arhitekture. – L., Ogiz, 1936. – 347 s. (in Russian).]

2. Альберті Л. Б. Десять книг о зодчестве. Т. 1. – М., Изд-во Всесоюзной Академии Архитектуры, 1937. – 392 с. [Al'berti L. B. Desjat' knig o zodchestve. T. 1. – М., Izd-vo Vsesojuznoj Akademii Arhitektury, 1937. – 392 s. (in Russian).]

3. Виньола. Правило пяти ордеров архитектуры. (Перевод Габричевского А. Г.) – М., Всесоюзная Академия архитектуры, 1939. – 168 с. [Vin'ola. Pravilo pjati orderov arhitektury. (Perevod Gabrichevskogo A. G.) – М., Vsesojuznaja Akademiya arhitektury, 1939. – 168 s. (in Russian).]

4. Палладіо А. Четыре книги об архитектуре. – М., 1936. – 134 с. [Palladio A. Chetyre knigi ob arhitekture. – М., 1936. – 134 s. (in Russian).]

5. Виоле ле Дюк. Беседы об архитектуре. Т. 1. – М., Изд-во Всесоюзной Академии архитектуры, 1937. – 471 с. [Viole le Djuk. Besedy ob arhitekture. T. 1. – М., Изд-во Всесоюзной Академии архитектуры, 1937. – 471 с. (in Russian).]



1. – М., Изд-во Всесоюзной Академии архитектуры, 1937. – 471 с. (in Russian).]

6. Словник української мови у 11 томах. НАН України; Інститут мовознавства ім. Потебні О. О. – Київ, Наукова думка, 1970-1980. [Slovník ukrajinsk'koji movu u 11 tomah. NAN Ukrajinu; Instytut movoznavstva im. Potebni O. O. – Kyjiv, Naukova dumka, 1970-1980. (in Ukrainian).]

7. Безродный П. П. Архитектурные термины. Словарь. – К., 1993. 272 с. [Bezrodnyj P. P. Arhitekturnye terminy. Slovar'. – K., 1993. – 272 s. (in Ukrainian).]

8. Денна Дженс. Архитектура. Всемирная история. (Перевод с английского Джулии Карризи.) – М., Изд-во ООО "МАГМА", 2016. – 576 с. ил.

[Denna Dzhens. Arhitektura. Vsemirnaja istorija. (Perevod s anglijskogo Dzhulii Karrizi.) – M., Izd-vo ООО "МАГМА", 2016. – 576 с. ил. (in Russian).]

9. Дэвид Уоткин. История западноевропейской архитектуры. KONEMANN. (Перевод с немецкого Текегалиева М.) Русское издание, 2001. – 423 с. [Djevid Uotkin. Istorija zapadnoevropejskoj arhitektury. KONEMANN. (Perevod s nemeckogo Tekegalieva M.) Russkoe izdanie, 2001. – 423 s. (in Russian).]

10. Аалтонен Г. История архитектуры. (Перевод с английского Кошкина М.). – Харьков: Фактор, 2012. – 256 с. [Aaltonen G. Istorija arhitektury, (Perevod s anglijskogo Koshkina M.). – Har'kov: Faktor, 2012. – 256 s. (in Russian).]

# СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫЕ НАУКИ

**Kravchuk Halyna**

*Candidate of Agricultural Sciences,  
Associate Professor of the Department of Ecology and Environmental Protection,  
Vinnytsya National Agrarian University  
(21008, Vinnytsia, Soniachna Str.3).*

**Dudnik Yevheniia**

*post-graduate student of the Department of Ecology and Environmental Protection,  
Vinnytsya National Agrarian University  
(21008, Vinnytsya, Soniachna Str. 3*

## STUDY OF THE STATE OF FOREST ECOSYSTEMS

**Annotation.** Forest ecosystems of the Shepetivka district of Khmelnytsky comprehensively affect the environment, stabilizing many indicators that improve environmental conditions, biodiversity is preserved, deposited carbon, and stabilizes the district's ecological situation. In the forest cover of Ukraine, which is 15.9%, the total forest cover of the territories occupied by the State Enterprise (SE) "Shepetivka Forestry" is 20.95%: Polonsky district n – 15.9% and Shepetivka district – 26%.

The species composition is dominated by pine plantations, which occupy 41% of the forested area, oak plantations – 28%, birches – 15%, alders – 9%, other breeds – 7%.

The total stock of wood at the "Shepetivka Forestry" State Enterprise is about 7.7 million m<sup>3</sup>, where coniferous trees - 4.2 million m<sup>3</sup>, hardwood - 2.1 million m<sup>3</sup>, softwood - 1.43 million m<sup>3</sup>. The average stock per 1 ha is 4.1 m<sup>3</sup>. Plantation area of artificial origin is about 60.3% of the area covered by forest vegetation of lands. The forest-covered area of 32840.3 hectares of phytomass of SE forests "Shepetivka Forestry" is 5224891 tons, where 2604235.8 tons of carbon are accumulated.

However, the analysis of potential productivity of forest areas of SE "Shepetivka Forestry" is only 55.3%. The indicator shows a significant reserve in use potential productivity, which requires the more efficient use of forest areas and improving the quality of forests, increasing their productivity and biological stability.

*Key words: forest, ecosystem, biodiversity, carbon deposition, forest cover, plantation restoration, bio productivity.*

Forests play an essential role in shaping the carbon balance atmosphere and in the maintenance of biodiversity.

The oxygen production capacity of forests and, at the same time, their potential carbon sequestration and protection from atmospheric pollution by carbon dioxide gas is directly proportional to the productivity of forests and the longevity of their preservation in the form of living natural components. A person's ability to significantly influence the area, structure, and productivity of forests makes them a convenient tool for mitigating the greenhouse effect. A sustainable ecosystem's main parameters are the constancy of species composition, closed cycles of substances, and relatively constant bio productivity [1].

Sozological analysis of biodiversity shows forest ecosystems' uniqueness for conserving rare and endangered plant species [2].

However, forest plantations are significantly affected, especially when intensive climate change [3, 4].

The total area of forest belonging to the forest fund of Ukraine is 10.4 million hectares, including 9.6 million hectares covered with forest vegetation. The forest cover of Ukraine is 15.9%. But despite enough small wooded area, Ukraine ranks 9th in Europe in forest area and sixth place in timber reserves. Conditions for afforestation in Ukraine are extremely

heterogeneous, so forests are unevenly distributed throughout the country [5].

Forests are the most common and valuable than other vegetation types and all categories of the planet's natural resources. Nowadays, they cover about 5.5 billion hectares or 38% of the land surface. The biggest of them are areas located in Asia, South and North America. There are few forests in Europe, only about 6% of the territory. The most forested European countries are Sweden and Finland, where forests cover about 70% of the region.

The territory of Podillya is represented by three typological forest regions, in particular: fresh, moist, and raw lumps. The most common are oak forests, which vary from 91.4% in the Vinnytsya region to 53.4% in the Khmelnytsky region [6].

We set out to study forest ecosystems by example, the Shepetivka district of the Khmelnytsky region. To achieve the goal of the study, we have provided several tasks for the implementation:

- to study based on literature sources, scientific developments, materials SE "Shepetivka Forestry" and to make our own research on the state of forests ecosystems of Khmelnytsky region;
- to get acquainted with the structure of "Shepetivka Forestry" State Enterprise;
- to study methods of control over storage and use forest products and prevention of illegal logging;

- to explore the provision of needs in their standard landing materials for artificial afforestation of forest areas;
- to determine the scope of reforestation measured on non-forested vegetation;
- to calculate the degree of use of potentially covered productivity forest vegetation of forest areas;
- to determine the features of hunting management;
- to evaluate the forests of Shepetivka forestry as elements of nature protection territories;
- to select the amount of deposited carbon in the phytomass of forest plantations.

The research object was the State Enterprise "Shepetivka Forestry's" forest plantations, a structural

unit of management forestry and hunting of the Khmelnytsky region.

The clarification of all items mentioned above was provided by statistical processing of research materials, work with regulations and technological maps, inventory documents, fundamental indicators of forest management of the enterprise.

The total forest area of the state forest fund of "Shepetivka Forestry" State Enterprise is 35959.3 ha. The general forest cover of the territories occupied by SE "Shepetivsky forestry" is Polonsky district – 15.9% and Shepetivka district – 26%.

The average age of plantations is 57 years, with young animals occupying 13.9% and ripe and overripe farms in total – 7.2%.

Species composition of wood species is quite diverse (Fig. 1)

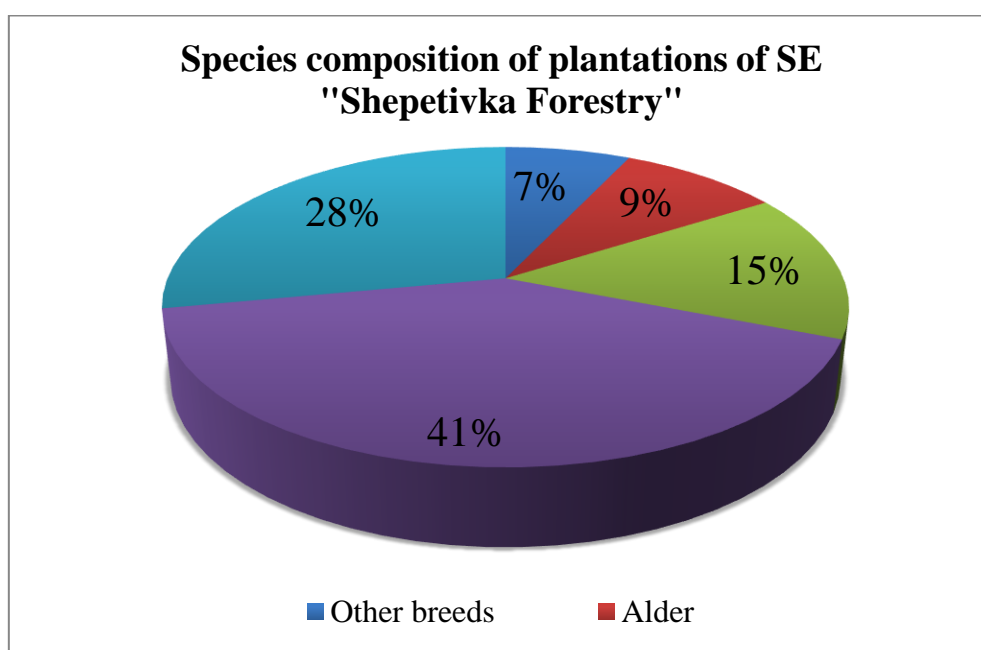


Fig.1. Species composition of plantations of SE "Shepetivka Forestry"

The species composition is dominated by pine stands, which occupy 41% forest area, oak plantations – 28%, birches – 15%, alders – 9%, other breeds – 7%.

The distribution of areas and reserves of forest areas covered with forest vegetation by groups of forest-forming species presented in tab. 1.

Table 1

**The distribution of areas and reserves of forest areas covered with forest vegetation by groups of forest-forming species**

Indicator	Groups of breeds			Total conifers
	conifers	hardwood	deciduous	
Stock, million m <sup>3</sup>	4.2	2.1	1.4	7.7
Percentage on stock,%	54.6	27.3	18.1	100

The total stock of wood at the Shepetivka Forestry State Enterprise is about 7.7 million m<sup>3</sup>: conifers – 4.2 million m<sup>3</sup>, hardwood – 2.1 million m<sup>3</sup>, softwood – 1.43 million m<sup>3</sup>. The average stock per 1 ha is 4.1 m<sup>3</sup>. Plantation area of artificial origin is about 60.3% of the area covered by forest vegetation of lands.

The average stock per 1 ha of forested land is 234 m<sup>3</sup>, the average annual increase – 134 thousand m<sup>3</sup>, the total average increase per 1 ha – 4.1 m<sup>3</sup>.

Much of the research is devoted to the calculation of accumulation forest carbon ecosystems. Given the importance of forest stands as the leading natural carbon deposition systems, we have performed analyses regarding its volumes.

According to research by P.I. Lakida, A.Z. Shvidenko, D. G. Schepaschenko, R. D. Vasylyshyn, A.M. Belous, I. P. Lakida, L.M. Matushevich [7,8] on average total phytomass is 159.1 tons of dry organic

matter (79.3 tons of carbon) per 1 ha of forest areas covered with forest vegetation.

From the total area of forests of the state forest fund of SE "Shepetivka Forestry", 35959.3 hectares,

the forested area is 32840.3 hectares or 91.3%. We determine the deposited carbon in the phytomass of forests of SE "Shepetivsky Forestry" tab. 2.

Table 2

**Carbon deposited in the phytomass of SE "Shepetivka Forestry"**

Forest covered area, ha	General phytomass on 1ha, t	General phytomass on under study territory	Carbon on 1ha, t	Carbon total, t
32840,3	159,1	5224891	79,3	2604235,8

Thus, on the forest-covered area of 32,840.3 hectares phytomass of forests of SE "Shepetivka forestry" is 5224891 tons, where 2604235.8 tons are accumulated carbon.

Dynamics of development of the system "Electronic wood accounting" – EOD polling stations of Khmelnytsky region, presented in Fig.2.

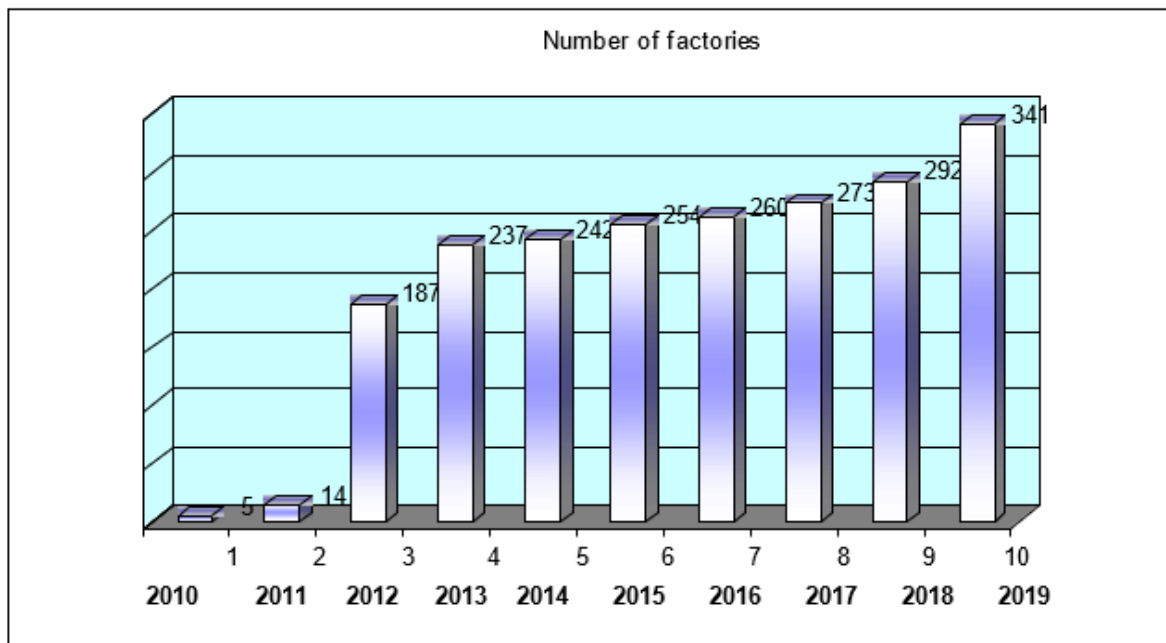


Fig. 2. Dynamics of development of the system "Electronic wood accounting"

Analysis of the dynamics of development of the system "Electronic wood accounting" – EOD indicates intensive implementation and use. Yes, in three years: from 2017 to 2019, the implementation intensity was 109.4% at polling stations. System Electronic wood accounting helps to quickly see the current time remnants of forest products at each felling in terms of species and assortments, which affects the environmental and economic use of wood and prevention of poaching.

To meet the needs of its standard landing materials for artificial afforestation areas after continuous felling,

permanent and temporary forest nurseries exist – particular attention is paid to the procurement of high-quality seeds.

Our study found that during 2020, 2289 kg of forest seeds were harvested: common oak – 2000 kg, red oak – 156 kg. Seeds of Scots pine were 50 kg, ash – 30 kg, black walnut – 13 kg, walnut – 40 kg.

3.7 thousand seedlings were grown in forest nurseries. Volumes reforestation measures on lands not covered with forest vegetation and logging of the audit period presented in table 3.

Table 3

**Volumes of reforestation measures on non-forested vegetation lands and loggers of the audit period, ha**

Breeds, designed for restoration	Categories of forest areas			Total, ha
	not covered with forest vegetation	logging of the audit period		
		main use	solid and reconstructive felling	
1. Forest crops:				
Scots pine	75,9	1111,1	49,9	1236,9
Ordinary oak	45,8	258,2		304,0
Total	121,7	1369,3	49,9	1540,9
2. Natural update				
Scots pine	98,8	118,7	-	217,5
Ordinary oak	23,2	4,7	-	27,9
Birch	0,2	-	-	0,2
Black alder	20,1	116,8	-	136,9
Total	142,3	240,2	-	382,5
Final total	264,7	1609,5	49,9	1924,1

According to the analysis in the conditions of SE "Shepetivske LH" the natural renewal was observed: Scots pine on an area of 217.5 hectares, of which: on logging of the primary use 118.7 hectares; birch

hanging on uncovered forest vegetation areas – 0.2 ha, black alder 136.9 ha.

We set ourselves to determine the degree of potential use productivity of forest areas covered with forest vegetation – the results in Table 4.

Table 4

**The degree of use of potential forest land productivity covered by SE "Shepetivka Forestry"**

Basic forest-forming breed	The area of forest parts covered with forest vegetation, ha	Average stock per hectare of forested forest areas, m3		The degree of utilization of the potential productivity of forest areas covered with forest vegetation in %
		actual	optimal	
Pine	13443	290	560	51,7
Fir tree	1522	212	310	68,0
European larch	23	50	60	83,3
Red oak	105	116	200	58,0
Oak	9194	223	438	52,1
Hornbeam	167	191	260	73,4
Ash tree	36	168	430	39,0
Birch	5066	157	270	58,1
Black alder	2916	177	370	47,8
Linden	21	233	400	58,25
White acacia	18	146	250	58,4
Black poplar	309	198	580	33,9
Other breeds	20	70	190	36,8
Total by the enterprise:	32840	234	442	55,3

The degree of use of potential productivity covered by forest areas of the "Shepetivka Forestry" State Enterprise is only 55.3%, i.e., the forest's biological potential is used by almost half. This indicator shows a significant reserve in potential productivity, which requires the more efficient use of forest areas and improves forests' quality, increasing their productivity and biological stability.

Forests are affected by several abiotic, biotic, and anthropogenic factors, under the influence of which the growth of wood decreases, there is a partial or complete loss of crowns, drying of individual trees, and plantations.

Annual volumes of forest protection measures (2019) planned and carried out:

forest pathological examination on an area of 6.0 thousand hectares and spraying of nurseries on 12.5 hectares; for this purpose, 11 points of forest protection organized and carried out measures to promote forest protection. Also, biological measures were used for protection: producing 500 artificial nests and equipped with 500 feeders.

The area of the fixed hunting grounds makes 26532 hectares.

Mostly forests. Wetlands only 1212.8, and field – 459.2 hectares. In the enterprise's lands, there are such

species of animals as elk, wild boar, roe deer, beaver, hare, fox, badger, otter, forest marten, American mink, European protein. Of the birds – grouse, pigeon, chicken, coot, various species ducks and waders

Carrying out of biotechnical actions is a basis of conducting forestry farms. They account for the largest share of costs (Fig. 3)

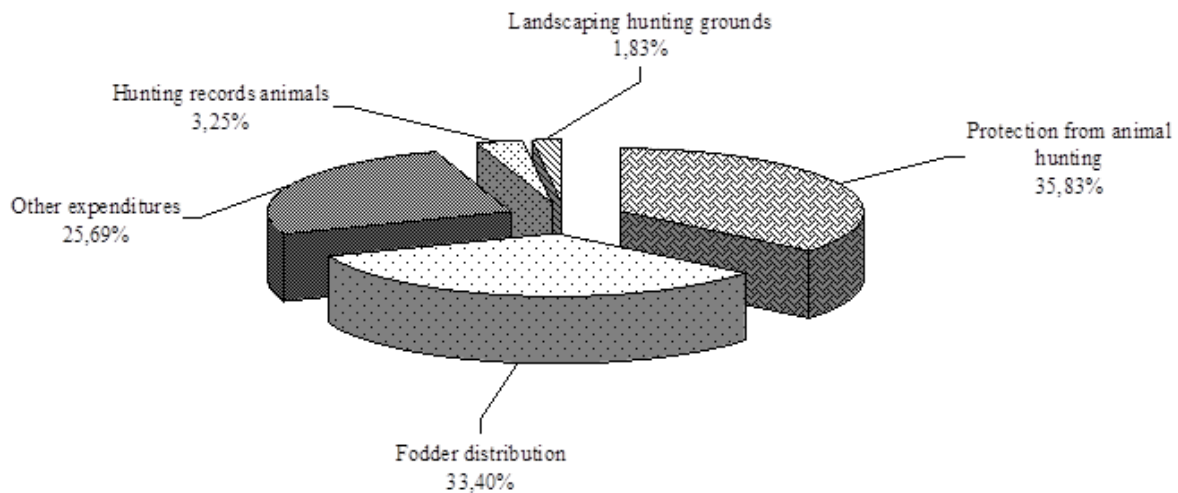


Fig. 3. Expenditures for biotechnical measures of SE "Shepetivka Forestry"

More than a third of the costs is for protection from animal hunting – 35.83% and fodder distribution – 33.4%. The least accounted for – hunting records animals, – 3.25% and landscaping hunting grounds is – 1.83%.

Based on the results of the assessment, the activity is evaluated and planned farms, shooting rates for the next hunting season are determined, decisions are made on the need for a partial or complete ban on hunting for a particular species, the dynamics of the number of animals is persistent (Fig. 4).

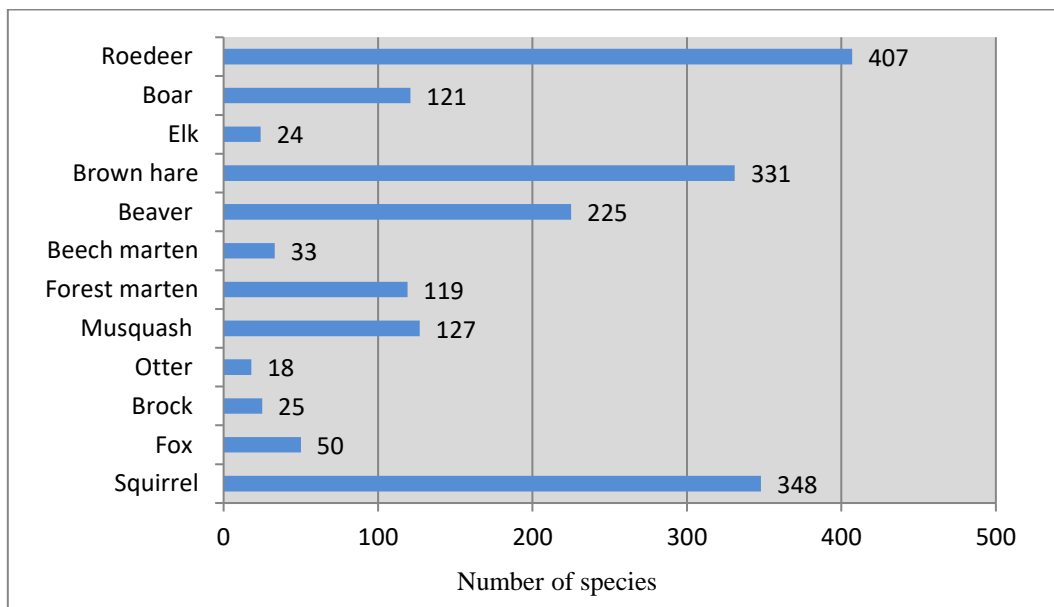


Fig. 4. The number of hunting animals of SE "Shepetivka Forestry," section Malovan forestry

The forestry management is deliberately restraining the number of hunts to speed up the number of animals in the forestry lands to the optimal. At present the territory of SE "Shepetivka Forestry" Malovan Workshop already has 407 roe deer, 121 wild boars, 24 moose, and also the brown hare – 331, the beaver – 225, the stone marten – 33, the forest marten – 119, muskrat – 127, otter – 18, badger – 25, fox – 50, squirrel – 348.

A result of the fight against poaching during 2019 – 20 people who violated hunting rules were detained (protocols and rulings are issued on violators according to Article 85 Part 1 of the Administrative Code of Ukraine – 11 866.00 hryvnias).

The regional landscape park "Malovanka" is located on the territory of "Shepetivka Forestry" with 16915.3 hectares, which occupies the part of Shepetivka and Polonsky districts.

A relatively unchanged natural landscape dominates the park. The forest cover of the territory is about 80%; for the region, this indicator is – 11.9%, for the Shepetivka district – 29.2% (Table 5).

Table 5

**Lists of territories and objects of the ecological network**

Name	Location	Area, ha
Landscape Park "Malovanka"	On the territory of Shepetovsky district, State Enterprise "Shepetivskoe forest economy" Malyovanske and Polonskoe forestry	16915,3
Kupinsky (hydrological reserve of local significance)	On the territory of Shepetovsky district, State Enterprise "Shepetivskoe forest economy" Klimentovitske forestry 44/13	12,00
English oak (natural botanical monument of local importance)	On the territory of Shepetovsky district, State Enterprise "Shepetivskoe forest economy" Kamyankiv forestry 55/13	9,10
Liznyavsky (general construction and zoological reserve of local importance)	On the territory of Shepetovsky district, State Enterprise "Shepetivskoe forest economy" Romaniv forestry 37-40	422,00

The territories and objects of the ecological network of local significance located on the lands of SE "Shepetivka Forestry" include:

Kupinsky Hydrological Reserve with an area of 12 hectares. This is a sphagnum swamp that supports the Tsvitokha River's hydrological regime, with rare swamp vegetation from the Red Book: clownfish and rare for Khmelnytsky region - andromeda multi-leaf.

The general zoological reserve Lyznyavsky (422 hectares) is also an exciting area with a fatty floral composition; habitats for beavers, muskrats, wild boars, moose, and foxes are found.

More than 9 hectares are occupied by the genetic reserve of high-yielding oak plantations about 100 years old.

Conclusions. The versatility of the SE "Shepetivske Forestry" is a necessary condition for ecologically balanced management farms. This is economical logging and comprehensive reforestation measures, combating illegal logging, implementing electronic timber accounting, and increasing forest productivity, hunting management, and care for natural objects reserve fund.

Forest ecosystems of the Shepetivka district of Khmelnytsky complex affect the environment, stabilizing many indicators that are due to this environmental conditions improve, biodiversity is preserved and stabilized the district's ecological situation. 2604235.8 are deposited in the phytomass of forest ecosystems tons of carbon.

However, the analysis of the use of potential productivity covered by forest the vegetation of forest areas of the Shepetivka Forestry State Enterprise is only 55.3%. The indicator shows a significant reserve in potential productivity, which requires the more efficient use of forest areas and improving the quality of forests, increasing their productivity and biological stability.

**List of References**

1. Kravchuk G.I Gutsol A.I Analysis of the ecological condition of forests ecosystems of Eastern Podillya. Collection of scientific works of Vinnytsya National Agrarian University "Agriculture and forestry". 2019. №14. P. 206-219.
2. Kravchuk G.I, Titarenko O.M Sozological analysis of biodiversity of Vinnytsya region (eastern Podillya), current status, trends, changes and prospects for preservation. Agriculture and forestry: coll. Science. VNAU. 2015. № 2. P. 106.
3. Kravchuk G.I Improving models of ice damage forest plantations. Collection of scientific works of Vinnytsya National Agricultural University. Journal of research and production and training direction "Agriculture and forestry". 2017. № 6 (Volume 1). P. 185-196.
4. Kravchuk G.I Determination of the forest stability to withstands the ice damage by major groups of rocks. The 8 th International scientific and practical conference "Perspectives of world science and education", (April 22-24, 2020). – CPN Publishing Group, Osaka, Japan, 2020. P. 608-615.
5. Public report of the State Agency of Forest Resources of Ukraine. URL: [https://mepr.gov.ua/files/images/news\\_2020/26022020.pdf](https://mepr.gov.ua/files/images/news_2020/26022020.pdf) (access date 20.09.2020)
6. Bondar A.O, Matusyak M.V The current state of the forest fund forestry enterprises of Podillya. Collection of scientific works. Rural economy and forestry. Vinnytsya. 2016. Vip. № 4. P. 170-179.
7. Lakida P.I, Vasilishin R.D, Lakida I.P Bioproductivity of forest phytocenoses of Ukraine in the context of global challenges. Lviv: RVV NLTU Of Ukraine. 2016. Vip. 14. P.116.
8. Lakida P.I, Shvidenko A.Z, Shchepashchenko D.G, Vasilishin R.D, Belous A.M, Lakida I.P, Matushevich L.N Biotic productivity of forests of Ukraine in the European eco-resource dimension // Bioresources and nature management. 2013. 5, № 6. P. 99-106.

# ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

*Nguyen Van Bang, Hoang Van Ngoi, Nguyen Duy Tien*  
*Air Defence - Air Force Academy,*  
*Ha Noi, Viet Nam*  
*Nguyen Ngoc Tuan*  
*Military Technical Academy,*  
*Ha Noi, Viet Nam*

## SYNTHESIS OF THE MANEUVERING TARGET COORDINATE DETERMINATION ALGORITHM ON THE BASIS OF APPLICATION OF THE INTERACTIVE MULTI-MODEL ADAPTIVE FILTERING TECHNIQUE

**Abstract.** The article presents the method of synthesizing the algorithm to determine the maneuvering target coordinates, building the appropriate state space model to apply the interactive multi-model filtering techniques, aimed at improving the evaluation accuracy of the target's motion parameters. Coordinate determination algorithm including accelerated evaluation filter and interactive multi-model adaptive filter band consisting of  $N$  filters; each filter in the filter band performs evaluation of the target's motion parameter with each acceleration value around the evaluated acceleration value. The target coordinate determination system is simulated through target fake creation, algorithm implementation and error evaluation.

*Keywords: Target, Maneuverability, Interactive multi-model, Kalman filter, Adaptive filtration.*

### 1. INTRODUCTION

There are many methods of building a kinetic model of the target, with a suitable model for a particular movement [3, 6]. In the general case it is not possible to choose a suitable model during the evaluation process as well as represent different types of maneuvering of the target. Therefore, using the Kalman filter algorithm with a specific model to synthesize the target coordinate determination system leads to an increase in the follow closely error when in fact the moving target does not match the selected model [5].

There are many adaptive filtering techniques that can be used in determining maneuvering target coordinates. Single-model adaptive filtration techniques often have a simple filter structure, however the error at the time of model transfer and the error reduction time is large [2]. In addition, defining thresholds to switch between models is often imposing. With the multi-model filtering technique, although more complex in structure, it avoids the selection of the maneuvering moment detection threshold as well as the smaller evaluation error compared to the single-model filtering technique [1, 3].

Kalman filters are widely used to evaluate a target's position, speed, and acceleration. However, when the maneuvering target the evaluation accuracy will decrease. To fix this, adaptive techniques are used. Adaptive techniques such as input evaluation, state space expansion [4, 5]... although the algorithm is simple, it is difficult to determine maneuvering moment detection threshold. Multi-model adaptive filtering techniques fix this disadvantage. Therefore, the article presents the application of interactive multi-model adaptive filtering technique to synthesize the maneuvering target coordinates determination algorithm. Multi-model adaptive filter is used to

improve the evaluation accuracy of the target's maneuvering parameters from the acceleration parameters provided by the Kalman filter.

### 2. INTERACTIVE MULTI-MODEL ALGORITHM

Considering the linear step-jumping system represented by the model [3, 4]:

$$x(k) = F[M(k)]x(k-1) + w[k-1, M(k)] \quad (1)$$

$$z(k) = H[M(k)]x(k) + v[k, M(k)] \quad (2)$$

Inside,  $M(k)$  - model "at time  $k$ ", it acts during the period of sampling cycle, ends at  $k$ . Hypothesis that, at time  $k$ , the system belongs to one of the  $N$  models:  $M(k) \in \{M_j\}_{j=1}^N$ ;  $x$  - the state vector at time  $k$ ;  $z$  - measured value vector;  $F$  - state transition matrix;  $H$  - measurement matrix;  $v, w$  - The central Gaussian white noisy is not correlated

With the interactive multi-model evaluation algorithm, at time  $k$ , the state evaluation is calculated on the basis of the state combination of  $N$  filters, with each filter using the first condition mixed from the models. The algorithm takes the following form:

- Assign the first conditions:

+  $p_{ij}$ ,  $i, j = 1, 2, \dots, N$ : Probability of model transfer, ie probability, at  $(k-1)$  the model is in mode  $i$  and that  $k$  is in mode  $j$ . This probability is assumed to be invariant over time.

+  $\mu_j(0)$ : Model probability at the time of initialization.

- Calculate the mixing probability, that is, the probability at the time  $(k-1)$  appears the  $i^{th}$  model and the time  $k$  appears the  $j^{th}$  model:

$$\mu_{ij}(k-1) = \frac{1}{\bar{c}_j} p_{ij} \mu_i(k-1), i, j = 1, \dots, N; \bar{c}_j = \sum_{i=1}^r p_{ij} \mu_i(k-1), j = 1, \dots, N \quad (3)$$



- Calculate the first condition for the  $j^{th}$  filter:

$$+ \text{Initial state: } \hat{x}^{0j}(k-1) = \sum_{i=1}^r \hat{x}^i(k-1)\mu_{ij}(k-1); j = 1, \dots, N \quad (4)$$

+ Correlation of initial evaluation error:

$$P^{0j}(k-1) = \sum_{i=1}^r \mu_{ij}(k-1) \{P^i(k-1) + [\hat{x}^i(k-1) - \hat{x}^{0j}(k-1)][\hat{x}^i(k-1) - \hat{x}^{0j}(k-1)]^T\} \\ j = 1, \dots, N \quad (5)$$

- Perform filtering algorithm for  $j^{th}$  model with initial conditions have been mixed.

- Calculate the rational function for the  $j^{th}$  filter:

$$\Lambda_j(k) = N \left[ z(k); \hat{z}^j[k|k-1]; \hat{x}^{0j}(k-1|k-1), S^j[k, P^{0j}(k-1|k-1)] \right] \quad (6)$$

It mean  $\Lambda_j(k) = N[e^j(k); 0; S^j(k)]$ , inside,  $N[\ ]$  - Gaussian distribution density function,  $e^j$  - tracking error of the  $j^{th}$  filter,  $S^j$  - correlation of the  $e^j$  tracking error.

$$\mu_j(k) = \frac{1}{c} \Lambda_j(k) \bar{c}_j; c = \sum_{j=1}^r \Lambda_j(k) \bar{c}_j \quad (7)$$

- Combination of state evaluation and error correlation matrix:

- Update  $j^{th}$  model probabilities:

$$\hat{x}(k) = \sum_{j=1}^r \hat{x}^j(k) \mu_j(k); P(k) = \sum_{j=1}^r \mu_j(k) \{P^j(k) + [\hat{x}^j(k) - \hat{x}(k)][\hat{x}^j(k) - \hat{x}(k)]^T\} \quad (8)$$

### 3. STATE SPACE MODEL OF THE TARGET

To evaluate position, speed and acceleration, the Singer model is often used [1, 2, 5]:

$$\dot{x}_a(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\alpha \end{bmatrix} x_a(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} w_a(t) \quad (9)$$

Inside,  $x_a = [\varphi \quad \dot{\varphi} \quad \ddot{\varphi}]^T$  - location coordinates, speed and acceleration of the target;  $w_a(t)$  - the central Gaussian white noise with intensity  $\sigma^2$ ;  $\alpha$  - maneuvering frequency.

The time discrete model of model (9) has the form:

$$x_a(k+1) = F_a x_a(k) + w_a(k) \quad (10)$$

Inside,  $F_a = \begin{bmatrix} 1 & T & \beta_1 \\ 0 & 1 & \beta_2 \\ 0 & 0 & \beta_3 \end{bmatrix}$ ; with

$\beta_1 = (\alpha T - 1 + e^{-\alpha T})/\alpha^2$ ;  $\beta_2 = (1 - e^{-\alpha T})/\alpha$ ;  $\beta_3 = e^{-\alpha T}$ ;  $T$  - sampling interval. The process noise correlation matrix is determined by:

$$Q_x \approx \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_a^2 \end{bmatrix}; \sigma_a^2 = \sigma^2(1 - e^{-\alpha T})$$

Seeing that if maneuvering frequency  $\alpha$  and fixed maneuvering intensity  $\sigma^2$  are selected, the follow closely accuracy of the coordinate components will decrease as the target performs different maneuvers.

Assuming known target acceleration, then the target model can be described in terms [3]:

$$x_v(k+1) = F_v x_v(k) + G(u(k) + w_v(k)) \quad (11)$$

Inside,  $x_v(k) = [\varphi(k) \quad \dot{\varphi}(k)]^T$ ;  $u(k) = \ddot{\varphi}(k)$ ;  
 $F_v = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ;  $G = \begin{bmatrix} T^2/2 \\ T \end{bmatrix}$

$G w_v(k)$  - The process noise correlation matrix is determined by:

$$Q_x \approx \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & T^2 \end{bmatrix} \sigma_a^2, \text{ with } \sigma_a^2 \text{ intensity of noise } w_v(k)$$

Seeing that, when using model (10) to perform Kalman filtering algorithm, we will get an evaluation the target's state, including the acceleration component  $\hat{\varphi}(k)$ . The evaluation accuracy is highly dependent on the actual movement of the target.

The main idea here is that, the target acceleration used in model (11),  $u(k)$  is determined to be in a range around the value of the acceleration  $\hat{\varphi}(k)$  rated by using model (10). That is, choose the specified acceleration range  $\varepsilon_{N-1}$  and form a set of values for the acceleration

$\{\hat{\varphi}(k) \pm \varepsilon_1 \dots \hat{\varphi}(k) \pm \varepsilon_{(N-1)/2}\}$ , in which each acceleration value is separated by a distance  $\varepsilon_1 = \varepsilon/N - 1$ . With the assumption, the observation channel can only measure the position component, we receive a state space model for the combination of the maneuver target tracking system as follows:

- The model uses the evaluation of coordinate parameters:

$$x_v^i(k+1) = F_v x_v(k) + G(u^i(k) + w_v(k)), \\ i = 1, 2, \dots, N \quad (12)$$

$$z(k) = H_v x_v(k) + v(k); H_v = [1 \quad 0]$$

- The process equation using acceleration evaluation:

$$x_a(k+1) = F_a x_a(k) + w_a(k) \quad (13)$$

$$z(k) = H_a x_a(k) + v(k); H_a = [1 \quad 0 \quad 0]$$

Inside,  $z(k)$  - observations received at time  $k$ ;  $H_v$ ,  $H_a$  - matrix of observations;  $v(k)$  - the observed channel noise, assumed to be the central Gaussian white noise with the correlation matrix  $Q_z = \sigma_z^2$ ;  $\sigma_z^2$  - channel noise intensity observed.

#### 4. TRACKING ALGORITHM TO MANEUVERING TARGETS

$$\hat{x}_a(0) = [\hat{\varphi}_0 \quad \hat{\psi}_0 \quad \hat{\phi}_0]; P(0,0) = E[(x(0) - E[x(0)]) \times (x(0) - E[x(0)])^T]$$

- Calculate the state predictions at time  $k$ :

$$\begin{aligned}\hat{\varphi}^-(k) &= \hat{\varphi}(k-1) + T\hat{\psi}(k-1) + \beta_1\hat{\phi}(k-1) \\ \hat{\psi}^-(k) &= \hat{\psi}(k-1) + \beta_2\hat{\phi}(k-1) \\ \hat{\phi}^-(k) &= \beta_3\hat{\phi}(k-1)\end{aligned}\tag{14}$$

- Calculate the a priori error correlation matrix:

$$\begin{aligned}P_{11}^-(k) &= P_{11}(k-1) + 2TP_{12}(k-1) + 2\beta_1P_{13}(k-1) + T^2P_{22}(k-1) + 2T\beta_1P_{23}(k-1) + \beta_1^2P_{33}(k-1) \\ P_{12}^-(k) &= P_{12}(k-1) + TP_{22}(k-1) + (\beta_1 + T\beta_2)P_{23}(k-1) + \beta_2P_{13}(k-1) + \beta_1\beta_2P_{33}(k-1) \\ P_{12}^-(k) &= P_{21}^-(k) \\ P_{13}^-(k) &= P_{31}^-(k) = \beta_3P_{13}(k-1) + T\beta_3P_{23}(k-1) + \beta_1\beta_3P_{33}(k-1) \\ P_{22}^-(k) &= P_{22}(k-1) + 2\beta_2P_{23}(k-1) + \beta_2^2P_{33}(k-1) \\ P_{23}^-(k) &= P_{32}^-(k) = \beta_3P_{23}(k-1) + \beta_2\beta_3P_{33}(k-1) \\ P_{33}^-(k) &= \beta_3^2P_{33}(k-1) + \sigma_a^2\end{aligned}\tag{15}$$

- Calculate the Kalman amplification matrix:

$$K_1(k) = \frac{P_{11}^-(k)}{P_{11}^-(k) + \sigma_z^2}; K_2(k) = \frac{P_{12}^-(k)}{P_{11}^-(k) + \sigma_z^2}; K_3(k) = \frac{P_{13}^-(k)}{P_{11}^-(k) + \sigma_z^2}\tag{16}$$

#### 4.1. Kalman filter algorithm for acceleration evaluation filter

Applying Kalman filter algorithm [6, 7] for acceleration evaluation filter according to the model (13).

- Assign the first value:

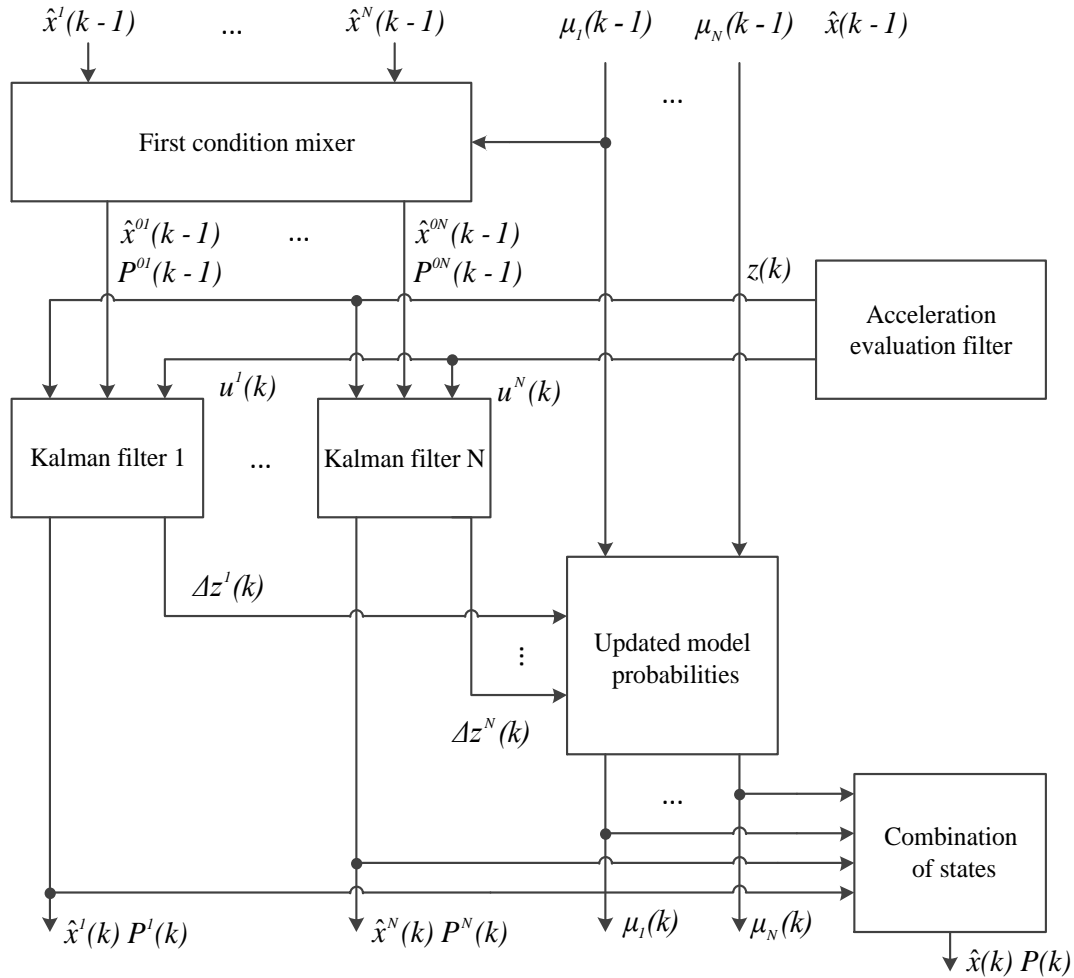


Figure 1. General block diagram of maneuvering target tracking system

- Calculate the state evaluation at time  $k$ :

$$\begin{aligned}\hat{\varphi}(k) &= \hat{\varphi}^-(k) + K_1(k)[z(k) - \hat{\varphi}^-(k)] \\ \hat{\varphi}(k) &= \hat{\varphi}^-(k) + K_2(k)[z(k) - \hat{\varphi}^-(k)] \\ \hat{\varphi}(k) &= \hat{\varphi}^-(k) + K_3(k)[z(k) - \hat{\varphi}^-(k)]\end{aligned}\quad (17)$$

- Calculate the posterior error correlation matrix:

$$\begin{aligned}P_{11}(k) &= [1 - K_1(k)]P_{11}^-(k); P_{12}(k) = P_{21}(k) = [1 - K_1(k)]P_{12}^-(k) \\ P_{13}(k) &= P_{31}(k) = [1 - K_1(k)]P_{13}^-(k); P_{22}(k) = P_{22}^-(k) - K_2(k)P_{12}^-(k) \\ P_{23}(k) &= P_{32}(k) = P_{23}^-(k) - K_2(k)P_{13}^-(k); P_{33}(k) = P_{33}^-(k) - K_3(k)P_{13}^-(k)\end{aligned}\quad (18)$$

#### 4.2. Building a filter to evaluate maneuvering target coordinates on the basis of interactive multi-model algorithm

Applying interactive multi-model algorithm for model (12), which uses Kalman filter algorithm for each filter, received the following algorithm:

- Assign the first condition:  $p_{ij}$ ,  $i, j = 1, 2, \dots, N$ ,  $\mu_j(0)$ .
- Calculate the mixing probability:  $\mu_{ij}(k-1)$ ,  $i, j = 1, \dots, N$  according to the (3).
- Calculate the first condition for the  $j^{th}$  Kalman filter:

$$\hat{\varphi}^{0j}(k-1) = \sum_{i=1}^r \hat{\varphi}^i(k-1)\mu_{ij}(k-1)$$

$$\hat{\varphi}^{0j}(k-1) = \sum_{i=1}^r \hat{\varphi}^i(k-1)\mu_{ij}(k-1)$$

$$P_{11}^{0j}(k-1) = \sum_{i=1}^r \mu_{ij}(k-1) [P_{11}^i(k-1) + (\hat{\varphi}^i(k-1) - \hat{\varphi}^{0j}(k-1))^2] \quad (19)$$

$$P_{12}^{0j}(k-1) = \sum_{i=1}^r \mu_{ij}(k-1) [P_{12}^i(k-1) + (\hat{\varphi}^i(k-1) - \hat{\varphi}^{0j}(k-1))(\hat{\varphi}^i(k-1) - \hat{\varphi}^{0j}(k-1))]$$

$$P_{12}^{0j}(k-1) = P_{21}^{0j}(k-1)$$

$$P_{22}^{0j}(k-1) = \sum_{i=1}^r \mu_{ij}(k-1) [P_{11}^i(k-1) + (\hat{\varphi}^i(k-1) - \hat{\varphi}^{0j}(k-1))^2]$$

- Perform filtering algorithm for  $j^{th}$  model with mixed first condition:

$$\begin{aligned} \hat{\varphi}^{-j}(k) &= \hat{\varphi}^{0j}(k-1) + T\hat{\varphi}^{0j}(k-1) + T^2u^j(k-1) \\ \hat{\varphi}^{-j}(k) &= \hat{\varphi}^{0j}(k-1) + Tu^j(k-1) \end{aligned} \quad (20)$$

- Calculate the a priori error correlation matrix:

$$\begin{aligned} P_{11}^{-j}(k) &= P_{110}(k-1) + 2TP_{120}(k-1) + T^2P_{220}(k-1) \\ P_{12}^{-j}(k) &= P_{120}(k-1) + TP_{220}(k-1) \end{aligned} \quad (21)$$

$$P_{12}^{-j}(k) = P_{21}^{-j}(k)$$

$$P_{22}^{-j}(k) = P_{220}^j(k-1) + T^2\sigma_a^2$$

- Calculate the Kalman amplification matrix:

$$K_1^j(k) = \frac{P_{11}^{-j}(k)}{P_{11}^{-j}(k) + \sigma_z^2}; K_2^j(k) = \frac{P_{12}^{-j}(k)}{P_{11}^{-j}(k) + \sigma_z^2} \quad (22)$$

- Calculate the state evaluation at time  $k$ :

$$\begin{aligned} \hat{\Phi}^j(k) &= \hat{\varphi}^{-j}(k) + K_1^j(k)[z(k) - \hat{\varphi}^{-j}(k)] \\ \hat{\varphi}^j(k) &= \hat{\varphi}^{-j}(k) + K_2^j(k)[z(k) - \hat{\varphi}^{-j}(k)] \end{aligned} \quad (23)$$

- Calculate the posterior error correlation matrix:

$$\begin{aligned} P_{11}^j(k) &= [1 - K_1^j(k)]P_{11}^{-j}(k) \\ P_{12}^j(k) &= P_{21}^j(k) = [1 - K_1^j(k)]P_{12}^{-j}(k) \\ P_{22}^j(k) &= P_{22}^{-j}(k) - K_2^j(k)P_{12}^{-j}(k) \end{aligned} \quad (24)$$

- Calculate the rational function for the  $j^{th}$  Kalman filter:

$$e_j(k) = z(k) - \hat{\varphi}^{-j}(k-1) \quad (25)$$

$$S_j(k) = H_v[F_v P^j(k-1)F^T + Q_x]H_v^T + Q_z$$

$$S_j(k) = P_{11}^j(k-1) + 2TP_{12}^j(k-1) + T^2P_{22}^j(k-1) + \sigma_z^2 \quad (26)$$

$$\Lambda_j(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi S_j(k)}} \exp\left(-\frac{1}{2S_j(k)} e_j^2(k)\right) \quad (27)$$

- Update  $j^{th}$  model probabilities:

$$\mu_j(k) = \frac{1}{c} \Lambda_j(k) \bar{c}_j; c = \sum_{j=1}^r \Lambda_j(k) \bar{c}_j \quad (28)$$

- Combination of state evaluation and evaluation error correlation matrix:

$$\hat{\Phi}(k) = \sum_{j=1}^r \hat{\phi}^j(k) \mu_j(k)$$

$$\hat{\phi}(k) = \sum_{j=1}^r \hat{\phi}^j(k) \mu_j(k) \quad (29)$$

$$P_{11}(k) = \sum_{j=1}^r \mu_j(k) \{P_{11}^j(k) + [\hat{\phi}^j(k) - \hat{\phi}(k)]^2\}$$

$$P_{12}(k) = P_{21}(k) = \sum_{j=1}^r \mu_j(k) \{P_{12}^j(k) + [\hat{\phi}^j(k) - \hat{\phi}(k)][\hat{\phi}^j(k) - \hat{\phi}(k)]\} \quad (30)$$

$$P_{11}(k) = \sum_{j=1}^r \mu_j(k) \{P_{11}^j(k) + [\hat{\phi}^j(k) - \hat{\phi}(k)]^2\}$$

## 5. SIMULATION RESULTS AND ANALYSIS

To simulate, the target is fake created in the horizontal plane and the follow-up is done in the  $x$  coordinate.

\* Creating fake targets with the following parameters:

- Target speed:  $V_m = -400(m/s^2)$ ;
- Normal acceleration:  $j_m = -\alpha_j j_m + u_m$ ;
- $\alpha_j = 0,5(1/s)$ ;

$$u_m(m/s^2) = \begin{cases} 0 & \text{when } t < 5s \\ 100 & \text{when } 5s \leq t < 10s \\ 0 & \text{when } 10s \leq t < 15s \\ -100 & \text{when } 15s \leq t < 20s \\ 0 & \text{when } 20s \leq t < 25s \end{cases}$$

- Channel noise intensity observed:  $\sigma_z^2 = 10(m^2)$

\* Parameter of the acceleration evaluation filter:  
 $\alpha = 0,5(1/s)$ ;  $\sigma^2 = 0,1(m^2/s^4)$

\* Parameter of the interactive multi-model filter:

$$\sigma_a^2 = 0,03(m^2/s^4)$$

+ Number of filters;  $N = 7$

+ The acceleration range is around the evaluation value;  $\varepsilon = 40(m/s^2)$

+ Probability of the model state transition:

$$p_{ij} = \begin{cases} 0,9 & \text{when } i = j \\ 0,1/(N-1) = 0,0167 & \text{when } i \neq j, j = 1, \dots, N \end{cases}$$

+ Model probability at the time of initialization:

$$\mu_j = 1/N = 0,1429, j = 1, \dots, N$$

\* Sampling frequency: 16Hz

The evaluation error of the position, speed of the acceleration filter and the interactive multi-model filter is shown from figure 2 to figure 7.

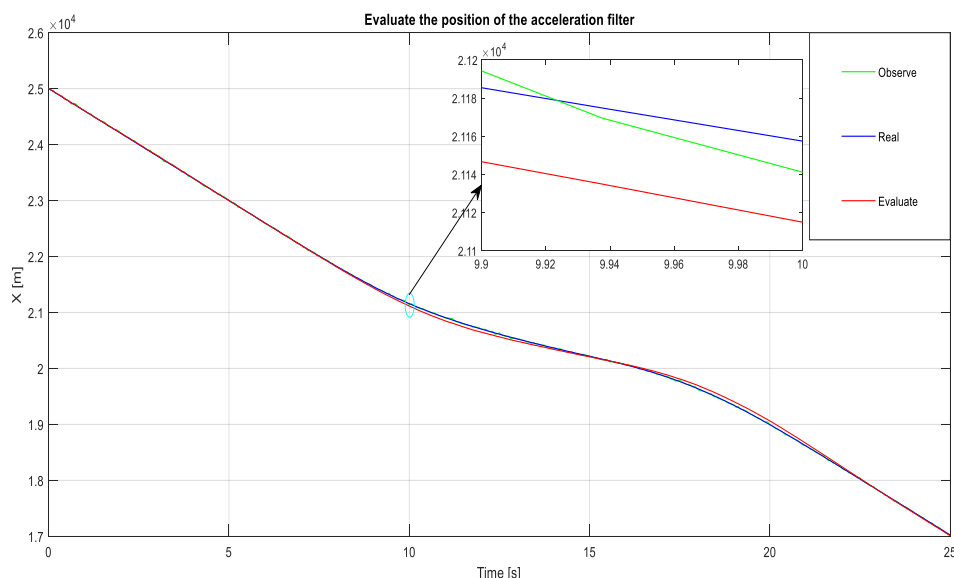


Figure 2. Evaluate the position of the acceleration filter

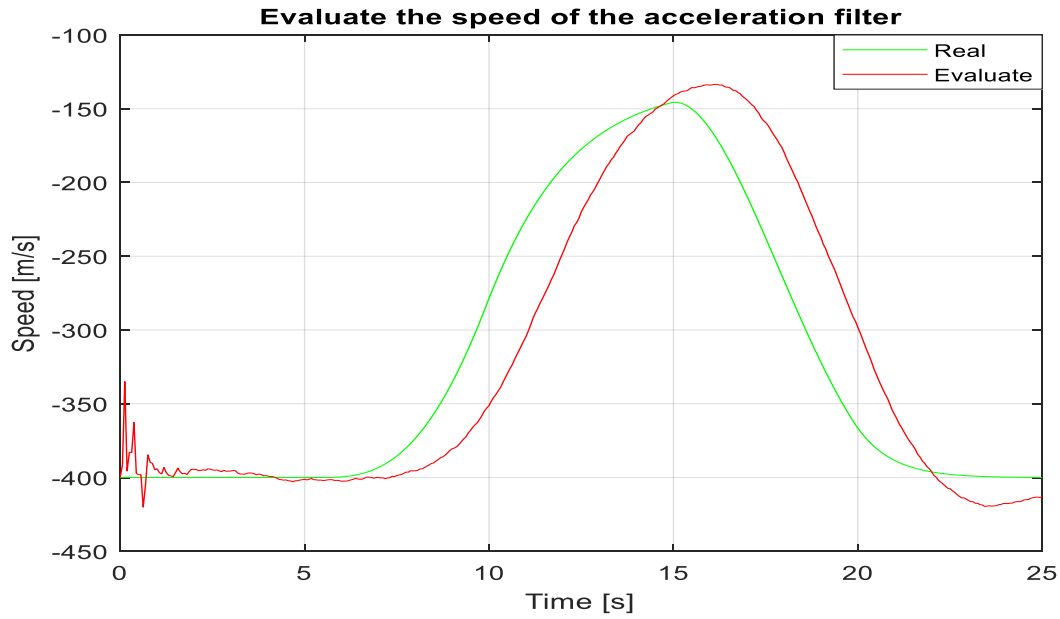


Figure 3. Evaluate the speed of the acceleration filter

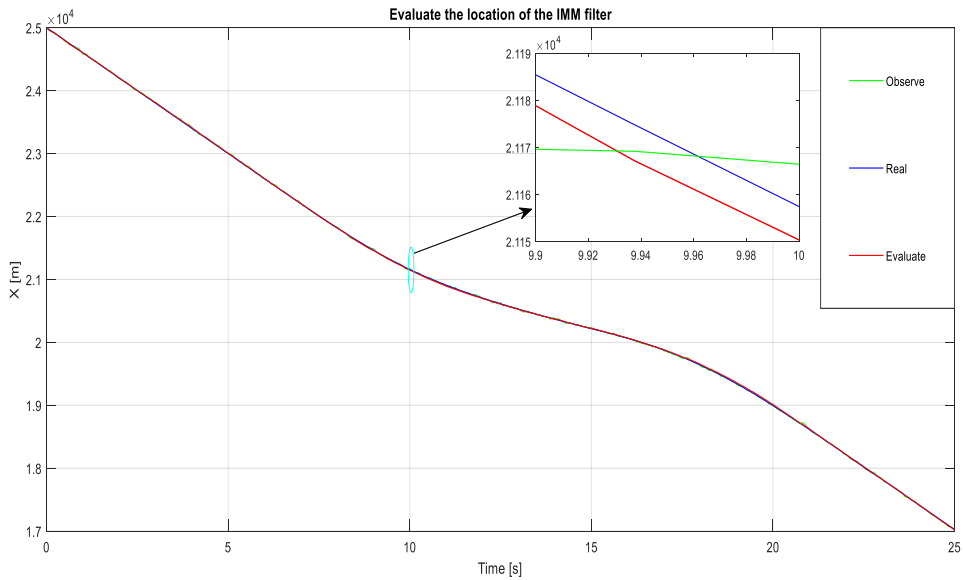


Figure 4. Evaluate the location of the IMM filter

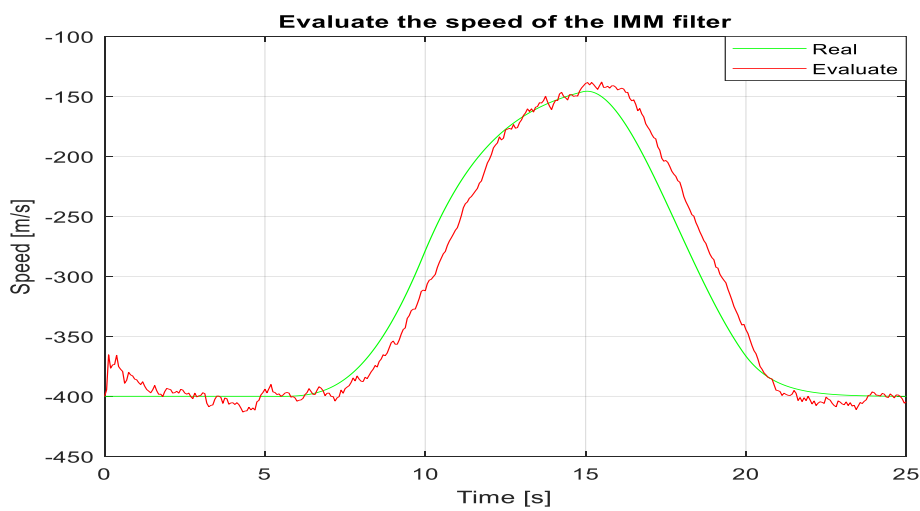


Figure 5. Evaluate the speed of the IMM filter

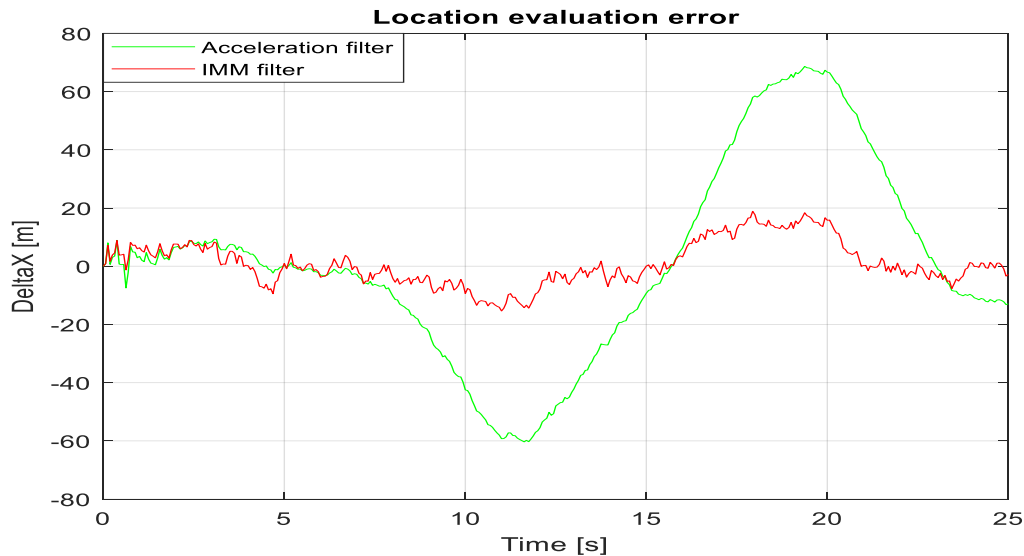


Figure 6. Location evaluation error



Figure 7. Speed evaluation error

From the simulation results, it is found that the tracking system using interactive multi-model algorithm significantly improves both position error and speed when the target is maneuvering.

## 6. CONCLUSIONS

The target tracking system is synthesized on the basis of the acceleration evaluation filter and the interactive multi-model filter with small tracking errors in both position and speed in case of maneuvering targets.

## References

1. Li X. R, Jilkov V. P. A Survey of Maneuvering Target Tracking, IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems, 39 (4), 2013.
2. George M. Siouris. Missile Guidance and Control Systems, Springer Verlag, New York, 2014.
3. Doan The Tuan. Synthesizing angular tracking system in the radar radio on the basis of using modern

signal processing methods, Technical doctoral thesis, Military Technical Academy, Viet Nam, 2008.

4. Nguyen Van Bang. Synthesis of remote control law when taking into dynamics and nonlinearity of the missile stage, The International Conference on Intelligent Systems & Networks, Springer, The article 56<sup>th</sup>, March 2021.

5. Bar-Shalom Y, RongLi X, Kirubarajan T. Estimation with Applications to Tracking and Navigation, Theory Algorithms and Software, John Wiley & Sons, 2011.

6. Blackman S, Popoli R. Design and Analysis of Modern Tracking Systems, Artech House, 2009.

7. Nguyen Van Bang. Synthesis of the maneuver target acceleration determines algorithm, Journal of natural and technical sciences, Sputnik Publishing House, № 2 (153), 2021, pp. 145-156.

**Terentyev A.A.***Doctor of Technical Sciences, Professor,  
Kyiv national university of construction and architecture,  
Kyiv, Ukraine***Gorbatyuk Ie.V.***Candidate of Technical Sciences, Associate Professor,  
Kyiv national university of construction and architecture,  
Kyiv, Ukraine***Serpinska O.I.***Senior Lecturer,  
Kyiv national university of construction and architecture,  
Kyiv, Ukraine***Borodinya V.V.***Postgraduate student,  
Kyiv national university of construction and architecture,  
Kyiv, Ukraine*

### INCREASING EFFICIENCY OF INFORMATION SYSTEM OF COMPLEX SECURITY OF BUILDINGS PROTECTION

**Терентьев Александр Александрович***доктор технических наук, профессор,  
Киевский национальный университет строительства и архитектуры,  
Киев, Украина***Горбатюк Евгений Владимирович***кандидат технических наук, доцент,  
Киевский национальный университет строительства и архитектуры,  
Киев, Украина***Серпинская Ольга Игоревна***старший преподаватель,  
Киевский национальный университет строительства и архитектуры,  
Киев, Украина***Бородыня Виталий Витальевич***аспирант,  
Киевский национальный университет строительства и архитектуры,  
Киев, Украина*

### ПОВЫШЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ИНФОРМАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ КОМПЛЕКСНОЙ БЕЗОПАСНОСТИ ЗАЩИТЫ ЗДАНИЙ

**Summary.** A method is proposed to improve the efficiency of the information system for the safe operation of building protection. The method of ethalless estimation of values of safe operation parameters of buildings is considered. The received recommendations allow to ensure long-term and reliable safe operation of buildings by means of timely forecasting and use of models and methods to increase efficiency of information system of diagnostics of technical safety of buildings.

**Анотация.** Предлагается метод, связанный с повышением эффективности информационной системы безопасной эксплуатации защиты зданий. Рассмотрен метод безэталонной оценки значений параметров безопасной работы зданий. Полученные рекомендации позволяют получить возможность обеспечения долговременной и надежной безопасной эксплуатации зданий за счет своевременного прогнозирования и использования моделей и методов повышения эффективности информационной системы диагностики технической безопасности зданий.

*Key words: information system, improvement of efficiency, diagnostics, technical condition, complex security, protection.*

*Ключевые слова: информационная система, повышение эффективности, диагностика, техническое состояние, комплексная безопасность, защита.*

#### **Introduction.**

Diagnostics of the technical condition of complex safety of buildings is highlighted as an important area of construction production. The volume of this type of

work is increasing due to the physical and moral wear of buildings, equipment and reconstruction of enterprises, the activation of new construction in areas of old development, the reconstruction of low-rise



buildings, higher prices and changes in property ownership.

The problem of diagnosing the technical condition of buildings is considered in the state as socio-economic, which requires significant scientific and technical events. The selected area of research is in line with Cabinet of Ministers Decision No. 409 of 05 May 1997 on ensuring the reliability and safe operation of buildings, structures and engineering networks and Cabinet of Ministers Order No. 100-r of 01 March 2004 on measures to strengthen control over the design, new construction, reconstruction, overhaul and operation of houses and structures.

Assessing the technical state of complex building safety is one of the most difficult tasks in the market of intelligent assessment and decision-making systems. The difficulty lies in a large number of factors that influence the assessment, which are quite difficult to formalize. The task of diagnosing the technical state of complex safety of buildings is solved by experts using linear methods of statistical analysis.

Information support would help to improve the efficiency of the survey process and reduce the risk of biased decision-making, thus resolving questions on the processing of survey materials. Of course, experts will make the final decision, but the presence of an information system for integrated security of management buildings will increase the professional level of making such decisions.

#### **Analysis of literature data.**

Scientific sources were studied on the study of theoretical foundations for the construction of information technologies for diagnosing complex technical systems and analytical support for their functioning, obtained by famous domestic scientists, including Terentyev A.A., Kievskaya K.I., Goncharenko T.A., Gorbatyuk Ie.V., Grigorovsky P.E., lack of a unified methodology for building an information system for diagnosing the technical state of complex safety of buildings; Lack of models and methods for improving the efficiency of integrated building safety that would enable the effective operation of information systems for diagnosing the technical state of buildings safety, to ensure high accuracy of decision-making regarding their condition; the absence of a single information database that would make it possible to compare the results of diagnostics of the technical state of safety of buildings, observe the dynamics of aging, and systematize conclusions about their condition. Therefore, the solution of these tasks is relevant and makes it possible to ensure long-term and reliable safe operation of buildings by timely forecasting and using models and methods to increase the efficiency of the information system for diagnosing the technical state of safety of buildings [1, 2].

Ensuring long-term and reliable operation of buildings due to timely forecasting and use of information system for diagnostics of their technical condition of complex safety of buildings is an urgent theoretical and technical and economic problem, which

requires application of effective solutions at all stages of life cycle of buildings [3].

This approach can find practical application in organizations that maintain the operability of the state of complex building safety.

#### **Purpose and objectives of the study.**

The aim of the study is to develop an information system for improving the efficiency of the system for diagnosing the technical condition of buildings, which will increase the efficiency of the survey process and improve the quality of decision-making on safe and reliable building management.

To achieve the objective of the work, analyze the current state of the problem of using information systems to improve the safety of buildings. The main tasks have been identified and ways to solve them have been chosen. On the basis of which to develop an integrated method of non-ethalonic estimation of parameters of the technical condition diagnostics system and proposed complex methods for predicting state disturbance and determining pre-emergency situations of complex safety of buildings [5].

#### **Method of ethalless estimation of safe building operation parameters.**

A new method is proposed for ethalless estimation of the values of the safe operation parameters of buildings, which requires instead of a procedure for comparing an object with a standard for ordering a sample of a plurality of objects. It is assumed that based on the database of the information system, it is possible to build the laws of distribution of the analyzed parameters.

Note some properties of ordinal statistics used in further constructions [4, 6].

Let the distribution function  $F(x)$ , considered by the general population, be continuous almost everywhere. The sample elements from this general set  $x_1, x_2, \dots, x_n$  are obtained as sequential values of the measured time series of any parameter. by changing the original location of these elements according to their growth (or decline), we get the series:  $x_1 < x_2 < \dots < x_n$ .

In this case, elements  $x_i$  represent  $i$  are order statistics in the sample of the volume  $n$  from the general population. In such an approach, the general population is a complex of random variables.

When using ordinal statistics to process data, it is not necessary to construct a dynamogram in its standard form – in the form of a closed curve. Data are temporary data tips  $\{x_i\}$  inherently similar to oscillograms. In practice, rank ordinal statistics can be calculated in any time series, have a characteristic position of extremum. Taking into account the random component of the measured values of the voltage-time dependence can be represented in the form:

$$F(t) = \theta(t) - \xi(t),$$

where  $F(t)$  – is the voltage at time  $t$ ;  $\theta(t)$  – is a function describing the change in voltage over time;  $\xi(t)$  – is the noise component of the measurement, has a generally arbitrary distribution.

Using rank theory to recognize a change in the dynamogram is convenient in that this approach avoids

the difficulties associated with constructing an objective scale of absolute load values, since this parameter is significantly variable.

In the following constructions, the rank of measurement is understood to mean the number  $R(F_j)$ , which acquires this measurement in an order of growth of a number of values at  $k < i < k+n$ , where  $n$  – is the sample size. Kendel showed that when analyzing dependence, it is convenient to use statistics  $S(n) = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \delta_{ij}$ :

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{at } F_i > F_j \\ 0 & \text{at } F_i = F_j \\ -1 & \text{at } F_i < F_j \end{cases},$$

where  $F_i, F_j$  – measurements by time series of voltage,  $j < N$ .

Rank correlation coefficient

$$k = \frac{2S(n)}{n(n-1)}$$

allows you to draw conclusions about the degree of monotonicity of a dependency  $F(t)$ .

At  $k=1$ , monotonic values grow,  $k=-1$  characterizes a monotonic drop.

A series based on the use of information system databases, considered as time series, showed that in most cases these series are characterized by a whole set of characteristic local extremes of the function  $F=F(t)$ . This violates the monotonicity condition of the function defined by Kendall statistics [5, 7].

In the work, it was shown that the first Kendall statistics can be supplemented if there is reliable a priori information at the coordinates of local extremes that separate areas of growth or decline of the function.

This is achieved by using the identity  $N=2n$  (for even number of measurements and symmetric location of extremum point).

Indeed, if you split a sample of measurements into first and second observations, then the value

$$S_2 = S^{(1)} - S^{(2)},$$

and second order Kendel rank correlation coefficient

$$k_2 = \frac{2S(n)}{n(n-1)}$$

will quantify the nature of the time sequence change  $\{F(t)\}$ .

Analysis of the function shows that if  $\{F_j\}$  monotonically grows from  $F_1$  to  $F_n$  and monotonically decreases from  $F_{n+1}$  to  $F_{2n-N}$ , then the value of  $k_2$  will exactly equal +1. This does not play a role in how quickly the values of  $F_j$  grow or decrease with height  $i$ . It is only important that the extremum falls on the point number  $n$ .

**Non-parametric correlation methods and regression to assess the status of the complex building safety diagnostic system.**

There are two groups of related observations  $X=(x_1, \dots, x_m)$  and  $Y=(y_1, \dots, y_m)$ .

If there are doubts about the applicability by Gauss of the data distribution model (and they are, in most cases, unfounded), then some alternatives to the least squares method can be used to evaluate the relationship between the  $Y$  and  $X$  variables. The real content of these measurements is the order in which objects are built according to the degrees of expression of the measured feature. The sequence number of a number in such a sorted list is called its rank [9, 10].

It is necessary to assess the degree of influence of sign  $X$  on the degree of severity of response  $Y$ . If there is no such influence, then a fair zero hypothesis  $H_0$  about the independence of ordinal signs. The solution to this problem is sought based on the measurement ranks.

We describe the mathematical setting of the problem.

Let each  $i$ -th dimension be assigned a pair of natural numbers  $(r_1, s_1)$ , where  $r_1$  – is the rank  $x_1$  among the numbers  $(x_1, \dots, x_m)$ , and  $s_1$  – is the rank  $y_1$  among the numbers  $(y_1, \dots, y_m)$ . At the same time, we assume that there are no repeating values among the series of numbers  $X$  and  $Y$ , so the transition to the ranks of questions does not cause.

If the features  $X$  and  $Y$  are interconnected, then the sequence of ranks  $r_1, r_2, \dots, r_m$  affects the rank sequence  $s_1, s_2, \dots, s_m$ ; otherwise, the order among  $Y$  is random with respect to the order among  $X$ . Therefore, the central point of discussion of the hypothesis of  $H_0$  is to estimate how much the ranks  $s_1, s_2, \dots, s_m$  are exactly possible (that is, exactly probable) with any order of numbers  $r_1, r_2, \dots, r_m$ . The second important point is the choice of the measure of similarity of two sets of ranks [11, 12].

A rank correlation coefficient based on the fact that the proximity of these two series of numbers reflects the value:

$$S = \sum_{i=1}^m (r_i - s_i)^2,$$

which varies from 0 if the sequences are completely identical, to

$$\frac{m^3 - m}{3}$$

when the rank sequences are completely opposite. Normalized to maximum value, Spearman rank correlation coefficient

$$p = 1 - \frac{6S}{m^3 - m}$$

varies from +1 up to -1 and accepts the extreme values in case of full predictability of one rank sequence on another. Note that the value of  $S$  does not depend on either the first sequence number or the sort order.

Another rank correlation coefficient, known after M. Kendall's work, as a measure of similarity between two rankings uses the minimum number of

permutations that must be made between neighboring objects in order to turn one ordering of objects into another.

The Kendall  $K$  statistics are calculated as follows. Related observations are built in order of  $X$  sign growth and its rank  $s_i$  is determined for each  $y_i$  value. On the sequence of ranks  $s_1, s_2, \dots, s_m$ , the number of inversions is determined, that is, violations of the sequence order. For example, with  $m=4$  and a sequence of ranks  $\{4, 3, 1, 2\}$ , we have the number of inversions (the essence is Kendall statistics)  $K=3+2=5$ , where 3 – is the number of inversions for the number 3 and 2 – is the number of inversions for the number 3. The least possible value of  $K=0$  is obtained with a complete match of rank sequences, most  $K = m(m-1)/2$  of all with their complete opposite.

The Kendall rank correlation coefficient is a statistic normalized to its maximum and varies within the same limits as the Spearman correlation coefficient:

$$\tau = 1 - \frac{4k}{m(m-1)}.$$

Kendall's  $\tau$  statistics are equivalent to  $p$  Spearman's both in capacity and in fulfilling basic assumptions. Usually, however, the numerical values  $p$  of Spearman and  $\tau$  Kendall are different, because they differ both in internal logic and in the way of calculus. More importantly, the Kendall and Spearman statistics have different interpretations: if the Spearman correlation coefficient can be considered as a direct analogue of the Pearson correlation coefficient calculated by ranks, then Kendall statistics are rather based on probability calculations (expressed more accurately, the presence of differences between the probability of closely spaced observed data for two quantities is checked).

If the data has many matching values, then it is better to use the third rank statistics  $\tau$ -criterion that, according to interpretation and calculations, is equivalent to Kendall statistics, except that matches are explicitly taken into account in rationing. In short,  $\tau$  is the difference between the probability that the rank order of two variables coincides, minus the probability that it does not coincide, divided by one minus the probability of coincidences.

To check the assumption that there is no connection between the features, you need to calculate the sample value of any rank correlation coefficient and compare it with the critical value for a given significance level. The null hypothesis  $H_0$  should be rejected if the value of the coefficients  $\tau$  or  $p$  modulo obtained in the experience exceeds the critical one.

Critical values of rank criteria can be found from tables, or calculated from approximate formulas, which are based on the fact that at  $H_0$  and with increase  $m$  distribution of random variables  $p = \sqrt{m-1}$  and  $\tau = \sqrt{\frac{9m(m+1)}{2(2m+5)}}$  asymptotically approaches the standard normal law  $N(0, 1)$ .

### Discussion of the results of the study on methods of improving the efficiency of the information system for safe building management.

Analysis of the measurement results shows that for a fairly long period of time the location of local extremes on the dynamogram remains unchanged, although in the time intervals between the coordinates of these extremes there are quite significant variations in stresses.

However, over time, the technical condition of the building changes, which, as a result, is accompanied by a change in the type of dynamogram and the coordinates of the corresponding local extremes. Aging of buildings can be characterized by a temporary vector of stable direction. As a result, it can be assumed that the second-order Kendel statistics will undergo changes with the deterioration of the technical condition of the building.

Analysis of these results shows that the prediction of changes in the technical condition of buildings by only one parameter is not reliable. On the contrary, the change in the  $k_2$  parameter – Kendel statistics characterizes all stages of building operation and changes in the mode characteristics of their operation.

Analysis of the research results shows that parameter  $k_2$  is a very sensitive indicator characterizing the change in the level of technical condition of buildings.

Note that the boundary value  $k_2$  separating one characteristic state of the bearing structure from another is  $k_2=0.5$ .

Thus, the second-order Kendel statistics can serve as a diagnostic criterion for making judgments of the "yes"/"no" type about the level of technical safety of building operation.

Note at the same time that interval estimates of  $k_2$  index for "no defects" system state and "presence of developed defect" overlap completely, which indicates low sensitivity of  $k_2$  parameter directly to defect development.

On the other hand, a hopping change in Kendel statistics when the load-bearing structures come out of the state of "stable daily load, there are no defects" – indicates a high sensitivity of the  $k_2$  parameter to the moment of changing the level of threshold technical safety of the building operation.

### Conclusions.

1. Studies show that high variability of measurement values and changes in the conditions surrounding buildings do not allow reliable comparisons of measured values suitable for expert assessment of changes in the technical state of buildings.

2. The value of the voltage, which is characterized by a high level of noise, is usefully processed using the methods of the theory of ordinal statistics, which allow to process data without constructing scales of absolute estimates. To determine the level of operational safety of buildings, a point estimate can be used - the second-order Kendel rank correlation coefficient, the change in the value of which to a critical value of  $k_2=0.5$  indicates

a change in the threshold level of safe operation of the facility.

3. Boundaries have been defined and prospects for the application of the proposed methods for improving the efficiency of the information system for integrated building security have been described. The result is methodological recommendations for improving and modernizing the operating algorithms of existing information systems for complex building security.

4. The results of the work are the basis for further scientific research in the direction of deepening the means of intellectualizing the processes of increasing the efficiency of the information system for diagnosing the technical state of complex building safety.

### References

GOST 10180-78. Concrete. Methods for determination of the compressive strength and the tensile strength. Gosstroy of the USSR, Publishing house of standards (1979). Moscow, 24.

Integrated models and methods of the automated system of diagnostics of technical condition of construction objects [Text]: monograph / V.M. Mikhailenko, P.E. Grigorovsky, I.V. Rusan, O.O. Terentyev // – K.: CP "Komprint", 2017. – P. 229.

Intelligent information systems and technologies for diagnosing the technical condition of buildings. Tutorial / O.O. Terentyev, I.V. Rusan, Ye.V. Warts, E.V. Gorbatyuk, K.I. Kievskaya. – K.: Komprint, 2019. – P. 121.

Mikhailenko V. M. Information technology assessment of technical condition of building structures using fuzzy models [Text] // O.O. Terentyev, B.M. Eremenko // – D: Construction, materials, engineering, scientific collection. works Under the General editorship of Professor V. I. Bolshakov edition. – Dnipropetrovsk, 2013. – №. 70. – P. 133 – 141.

Mikhailenko V.M. Treatment of experimental results of the expert system for diagnostics of technical condition of buildings [Text] // O.O. Terentyev,

B.M. Eremenko // – D: Construction, materials, engineering, scientific collection. works Under the General editorship of Professor V. I. Bolshakov edition. – Dnipropetrovsk, 2014. – №. 78. – P. 190 – 195.

Models and methods of the information system of diagnostics of technical condition of construction objects. Textbook / B.M. Mikhailenko, I.V. Rusan, P.E. Grigorovsky, O.O. Terentyev, A.T. Svidersky, Ye.V. Gorbatyuk. – K.: Komprint, 2018. – P. 325.

Normative documents W issues of abstieg, pasportist, bezpechno Nadine exploits of virobnychih budwell first sparud [Text] // – Kyiv, 2003. – 144 p.

Olexander Terentyev. Fundamentals of the organization of fuzzy inference for the task of diagnosing the technical condition of buildings and structures [Text] // O.O. Terentyev, Y.Y. Sabala, B.S. Malyna // – K.: managing the development of complex systems, collection of scientific papers. – Kiev, 2015. – №. 22. – P. 138 – 143.

Olexander Terentyev. The Method of Direct Grading and the Generalized Method of Assessment of Buildings Technical Condition / Mykola Tsiutsiura // – International Journal of Science and Research (IJSR), Volume 4 Issue 7, July 2015. – P. 827-829.

Olexander Terentyev. The Method of Prediction of Deformations of Buildings and Failure Analysis the Examination of Technical Condition of Buildings / Malyna Bohdan // – International Journal of Science and Research (IJSR), Volume 4 Issue 8, August 2015. – P. 280-282.

Olexander Terentyev. Methodology a comprehensive survey and assessment of technical condition of staircases. Scientific Journal «ScienceRise», Volume 8/2(13), August 2015. – P. 41-46.

Olexander Terentyev. Mathematical model of the system of decision support for problem diagnostics of technical condition of building constructions. Scientific Journal «ScienceRise» №9/2(14), September 2015. – P. 35-40.

УДК 622.23.05:620.197.3

ГРНТИ 52.47.97

**Neamah A. M.**

*PhD student of the Department of Oil, Gas, Condensate National Technical University "Kharkov Polytechnic Institute" ORSID 0000-0001-5929-7847*

**Donsky D. F.**

*Candidate of Technical Sciences, Docent, Associate Professor of the Department of Oil, Gas, Condensate Production of National Technical University "Kharkov Polytechnic Institute" ORSID 0000-0003-3546-6110*

**Nesterenko S. V.**

*Candidate of Technical Sciences, Docent, Associate Professor of the Department of Chemistry and Integrated Technologies of Kharkivsky National University of Municipal Economy named after A.N. Beketova ORSID 0000-0002-2089-6786*

**THE PROSPECTS OF USE OF INHIBITORS FOR INCREASE IN CORROSION STABILITY OF THE CEMENT RING OF THE CASING OF THE IRAQY OIL FIELDS**

**Немах А.М.**

Аспірант кафедри видобування нафти, газу та конденсату  
Національного технічного університету  
«Харківський політехнічний інститут»

**Донський Д.Ф.**

Кандидат техн. наук, доцент,  
Доцент кафедри видобування нафти, газу та конденсату  
Національного технічного університету  
«Харківський політехнічний інститут»

**Нестеренко С.В.**

Кандидат техн. наук, доцент,  
Доцент кафедри хімії та інтегрованих технологій  
Харківського національного університету  
міського господарства ім. О.М. Бекетова

## ПЕРСПЕКТИВИ ВИКОРИСТАННЯ ІНГІБІТОРІВ ДЛЯ ПІДВИЩЕННЯ КОРОЗИЙНОЇ СТІЙКОСТІ ЦЕМЕНТНОГО КІЛЬЦЯ ОБСАДНОЇ КОЛОНИ НАФТОВИХ РОДОВИЩ ІРАКУ

**Abstract.** The issues of reasonable choice of protection against corrosive action of hydrogen sulfide and carbon dioxide on external surface of casing column of Iraq oil fields are considered. Factors of influence on corrosion destruction of cement ring obtained from Portland cement are analyzed and ways to increase corrosion resistance of cement stone in aggressive hydrogen sulfide medium due to use of inhibitors are considered.

Disclosed is a complex inhibitor composition obtained on the basis of bottom residues of a monoethanolamine plant. Prototypes of modified cement stone were obtained and its protective properties with respect to steel rod were tested in simulated aggressive medium.

According to comparative analysis of mechanical, physicochemical, and electro-chemical properties of cement stone, obtained from a Portland cement grout modified with a new inhibitor, its effectiveness in the condition containing  $H_2S$  and  $SO_2$  is shown.

**Анотація.** Розглянуті питання обґрунтованого вибору захисту від корозійного руйнування від сірководню та двоокису вуглецю зовнішньої поверхні обсадної колони для нафтових родовищ Іраку. Проаналізовані фактори впливу на корозійне руйнування цементного кільця, отриманого з портландцементу та розглянуті шляхи щодо підвищення корозійної стійкості цементного каменю в агресивних сірководневих середовищах за рахунок застосування інгібіторів.

Запропонований склад комплексного інгібітору, отриманий на основі кубових залишків моноетаноламінової установки. Отримані дослідні зразки модифікованого цементного каменю та проведені випробування його захисних властивостей по відношенню до сталюого стрижня в модельованому агресивному середовищі.

За даними порівняльного аналізу механічних, фізико-хімічних, та електрохімічних властивостей цементного каменю, отриманого з модифікованого новим інгібітором тампонажного розчину з портландцементу, показано його ефективність в середовищах що містять  $H_2S$  та  $CO_2$ .

**Keywords:** *corrosion inhibitor, modification, speed, hydrogen sulfide, protective properties, cement ring, casing*

**Ключові слова:** *інгібітор корозії, модифікація, швидкість, сірководень, захисні властивості, цементне кільце, обсадна колона*

**Постановка проблеми.** Проблема подовження терміну роботи нафтових свердловин в умовах корозії під впливом  $H_2S$  та  $CO_2$  багатопланою. Роль тампонажного каменю в затрубному просторі нафтових свердловин полягає у виконанні наступних інженерних задач: роз'єднання продуктивних пластів; герметизація міжколонного простору; захист металу обсадних колон від агресивного впливу пластових флюїдів [1,2].

Підвищення якості цементування обсадних колон нафтових родовищ в умовах агресивних пластових середовищ Іраку є актуальною проблемою. Одним зі шляхів її вирішення є підвищення стійкості отриманого цементного кільця [3,4].

Захисну функцію цементного каменю можна підвищити шляхом застосування добавок – інгібіторів до цементних суспензій [5,6].

**Метою роботи** було розробка ефективного інгібітору корозії для введення в тампонажний розчин з покращеною захисною дією проти агресивних флюїдів нафтових пластів, що містять  $H_2S$  та  $CO_2$  та дослідження захисних властивостей отриманого цементного каменю в агресивному середовищі.

**Аналіз результатів попередніх досліджень.** Дифузійно проникаючі в тампонажний камінь пластові флюїди призводять до розвитку в ньому деструктивних змін, що порушують структуру і міцність, а також обумовлюють втрату каменем його захисної функції. Так в результаті дифузії кислих газів значно знижується рН порової рідини

каменю, що часто відбувається без його руйнування. В результаті відбуваються погіршення захисних властивостей цементного каменю, що визначається у підвищенні швидкості корозії зовнішньої поверхні обсадних колон при тому, що цілісність цементного кільця зберігається. Якщо рН порового середовища знижується до 11,8-11,5 пасивний стан обсадних труб в цементному камені порушується.

Інгібітори поділяються на три групи в залежності від того, на які ланки в ланцюзі корозії вони впливають більшою мірою [5,6]:

- реагенти, які дезактивують або зв'язують речовини, що призводять до корозії (для агресії  $H_2S$  це речовини, здатні до його нейтралізації);

- реагенти, здатні впливати на швидкість катодних і анодних процесів;

- реагенти, що утворюють плівки стадії адсорбції-десорбції (інгібітори плівкового типу).

Серед практичних способів хімічної модифікації тампонажних розчинів для підвищення корозійної стійкості отриманого цементного каменю відомо використання солей заліза та флотореагенту Т-66 [7,8]. При цьому слід враховувати, що обробка тампонажних розчинів флотореагентом не може забезпечити ефективного захисту новоутвореного каменю від агресивної дії  $H_2S$  та  $CO_2$ , оскільки захисна функція реагенту обмежена його здатністю до поглинання  $H_2S$ .

Введення солей тривалентного заліза з розрахунку 40-500 кг /  $m^3$  в воду затворіння також не сприяє вирішенню завдання підвищення корозійної стійкості каменю, тому що залізо ( $Fe^{+3}$ ) є окислювачем і ініціатором процесу переходу сульфідної сірки в сульфатну з додатковим розвитком корозії III виду [7,8].

Негативним фактором також є різке збільшення реологічних параметрів цементних суспензій, що призводить до збільшення показника їх водовмісткості. Останнє обумовлює зниження міцностних властивостей отриманого цементного каменю і підвищення його газопроникності [7,8].

Спосіб хімічної обробки тампонажних розчинів, розроблений [9,10], передбачає попередню обробку води затворіння інгібітором високої фракції виробництва морфоліна (ВФВМ), який представляє собою органічний комплекс водорозчинних поліелектролітів. Даний інгібітор є складна суміш органічних сполук з полярними групами, що містять: циклічні і лінійні поліамінофіри, полігліколи, залишки морфоліну та інші сполуки. Він забезпечує високу сорбційну здатність реагенту на цементних частинках при його введенні в тампонажний розчин в кількості 0,6–2,5% від маси цементу.

З урахуванням рішення поставленої в роботі мети ми вважаємо більш ефективними інгібітори другої і третьої групи, оскільки захисний ефект цих реагентів залежить не від нейтралізації кислих газів (через зменшення вмісту добавки нейтралізатора в тампонажного камені даний процес швидко закінчиться), а від формування адсорбційної міцної

плівки на металевій поверхні труб. Цю захисну плівку можуть дати речовини, що представляють собою органічні сполуки з високою адсорбційною здатністю. У молекулах таких з'єднань є полярні групи з активними атомами. В результаті виникнення сильної ковалентного зв'язку своїм полярним кінцем молекули такого інгібітору адсорбується на металевій поверхні обсадних колон [5].

Плівкоутворювальні інгібітори - це поверхнево-активні речовини (ПАР), що відрізняються певним комплексом поверхневих і об'ємних властивостей, які технологічно реалізуються, в основному, на межі поділу фаз електроліт-метал. Захисна дія інгібіторів визначається цим комплексом властивостей, головним чином, здатністю до створення особливого структурно-механічного бар'єру або захисного шару на поверхні металу, який здатний екранувати металеву поверхню від агресивного впливу флюїду [11].

Фізико-хімічні властивості самого інгібітору або його композицій, умови їх хімічної сумісності з поровою рідиною та інші чинники впливають на реалізацію інгібіторами своєї захисної функції. Обґрунтований підхід до вибору інгібітору і розробка технології його використання можливий тільки з урахуванням сукупності багатьох факторів. Для вирішення поставленої мети максимальної реалізації захисної функції інгібітору треба враховувати не тільки один його антикорозійний ефект щодо цементного каменю і металу, але і весь комплекс властивостей, які характеризують технологічність. Технологічні вимоги до інгібіторів визначаються умовами проведення тампонажних робіт. Інгібітор повинен мати низьку температуру застигання, невисоку в'язкість і мати гарну розчинність у водних середовищах.

**Виділення не вирішених раніше частин загальної проблеми.** Попри існування великої кількості інгібіторів корозії, проблема захисту зовнішньої поверхні обсадної колони, що розташована на глибині 2000-3000м в важкодоступному середовищі є актуальною, особливо при існуванні декількох агресивних факторів, як високо мінералізована пластова вода, дія  $H_2S$  та  $CO_2$ , температура. Нами пропонується застосування комплексного інгібітору, що здатний як нейтралізувати вплив агресивних факторів так і створити захисний шар на поверхні, що перешкоджає проникненню агресивних агентів до внутрішньої порожнини цементного кільця.

**Методи дослідження:** загальнонаукові (аналіз, зіставлення, узагальнення, систематизація) для вивчення наукових джерел; конкретно-наукові: метод порівняльного аналізу. Зразки тампонажного розчину заданого складу формували. Розміри зразків отриманого цементного каменю становила 120×40×20 мм. При формуванні даних зразків в центрі зразка вставляли круглий стрижень зі сталі 45. Діаметр зразка сталі становив 4 мм.

Оцінку захисної функції отриманих реагентів в тампонажному розчині та утвореному камені проводили, визначаючи ступінь захисту металу і швидкість корозії, користуючись поляризаційним [12] і гравіметричним методами. Захисну дію вимірювали після 60 діб експозиції в пластовій воді.

Для оцінки фізико-хімічних і механічних характеристик дослідних зразків використовувались стандартні методи випробувань для тампонажних композицій [13,14].

**Виклад основного матеріалу.** На границі поділу фаз інгібітори корозії у вигляді ПАР знижують поверхневий натяг. При розподілі на границі поділу рідких і твердих фаз вони виявляють комплекс колоїдно-фізичних властивостей, необхідних для реалізації своєї захисної функції. Звідси випливає логічний висновок, що як ПАР інгібітори корозії здатні виявляти захисну функцію не тільки щодо металу. Вони повинні захищати також і кристалогідрати тампонажного каменю. Таку дію може проявляти інгібітори, здатні до адсорбції як на металевій поверхні, та і на гідратних новоутвореннях тампонажного каменю з формуванням впорядкованої щільної захисної плівки.

При сірководневій та вуглекислотній корозії при впливі на гідрати мінералів порового середовища зі зниженим рН в цементному камені відбувається деструктивні зміни, пов'язані з ослабленням кристалічного каркаса. З метою захисту утвореного цементного каменю і зовнішньої металічної поверхні обсадних колон від корозії пошук інгібітору проводився нами у відповідності з наступними вимогами:

- високий ступінь захисту металу;
- сумісність з лужним середовищем тампонажного розчину-каменю;
- висока сорбційна здатність з формуванням захисного екрану, ізолюючого кристалогідратів тампонажного каменю від дії порового середовища, що змінює рН і хімічний склад;
- збереження захисної функції в термобаричних умовах свердловин на тривалій період часу.

На основі сформульованих принципів нами був розроблений склад для обробки тампонажних розчинів, що включає в собі інгібітори для лужних та нейтральних середовищ – нітрит натрію, а також інгібітори кислотної корозії – уротропін, **залишок кубовий моноетаноламіновий (КМА)**. Крім того до складу тампонажного розчину додавали **етилсілікат**, гідролізати якого легко змішуються з водою в будь-яких співвідношеннях з утворенням однорідних стійких розчинів. Використання кремнійорганічних сполук значно знижує поруватість цементного каменю за рахунок утворення гідрофобних плівок [15-18].

**Залишок кубовий моноетаноламіновий (КМА) утворюється при очищенні коксового газу моноетаноламіном від двоокису вуглецю і сірководню на стадії регенерації поглинального**

**розчину . Згідно ТУ У 24.1-00190443-062- 2010 можливе його використання в якості інгібітору корозії.**

Даний продукт містить активні амінні та карбоксильні групи атомів, що при наявності неорганічних компонентів, а також уротропіну дають ефективні захисні плівки в слабкокислих середовищах [19,20]. Відомо, що амінні сполуки можуть утворювати синергетичні суміші з нітритом натрію [21].

Для вирішення поставленої мети проведено дослідження з оцінки захисних властивостей ряду інгібіторів - азотомісних сполук: формальдегід, ВФВМ , уротропін, катапін и АНП-2[22 ], КМА. Оцінку захисної функції зазначених реагентів в тампонажному розчині та утвореному камені проводили, визначаючи ступінь захисту металу і швидкість корозії, користуючись поляризаційним методом [12]. Нижче наводиться характеристика основних властивостей зазначених інгібіторів і отриманих результатів випробувань їх захисної дії (рис.1-2,табл. 1-2).

Більш висока питома поверхня портландцементу вимагає введення в тампонажний розчин більшої кількості інгібітору, ніж необхідно для тампонажних матеріалів на базі шлаків, що відрізняються більш грубим помелом. Встановлено, що портландцементний камінь з інгібітором має підвищений коефіцієнт корозійної стійкості. Через слабку інтенсивність процесів корозії в інгібованому камені за 3 місяці випробувань не виявлено змін структури з втратою механічних властивостей.

Цементний камінь без інгібітору взаємодіє з сірководнем активніше. Це скоріш за все, обумовлене накопиченням великої кількості сульфатних сполук в його внутрішньому середовищі, що за 3 місяця випробувань призводить до його повного руйнування.

Отже, результати проведених нами експериментальних досліджень підтверджують гіпотезу ефективності затворювання цементних суспензій комплексними багатофункціональними інгібіторами з метою отримання тампонажного каменю з підвищеною стійкістю проти корозії .

Пониження густини тампонажного матеріалу надає їм перевагу при використанні в умовах проведення технологічних операцій на великих глибинах або при існуванні ділянок з високою схильністю до поглинання,але внаслідок збільшення пористості утвореного цементного каменю сприяє більшому проникненню агресивних флюїдів,що негативно відображається на антикорозійних властивостях [7] .

В якості прототипу, який має схожі технологічні і технічні якості є використання портландцементу, у складі якого використовують висококіплячі фракції виробництва морфоліну в суміші з  $\text{Na}_2\text{CO}_3$  та  $\text{H}_2\text{O}$  [8],

Цементний камінь,отриманий при тужавінні такого розчину має високу флюїдопроникність,що ,в свою чергу,обумовлює його невисоку корозійну

стійкість до  $H_2S$  та  $CO_2$ , що значно зменшує його захисну дію по відношенню до металевої поверхні.

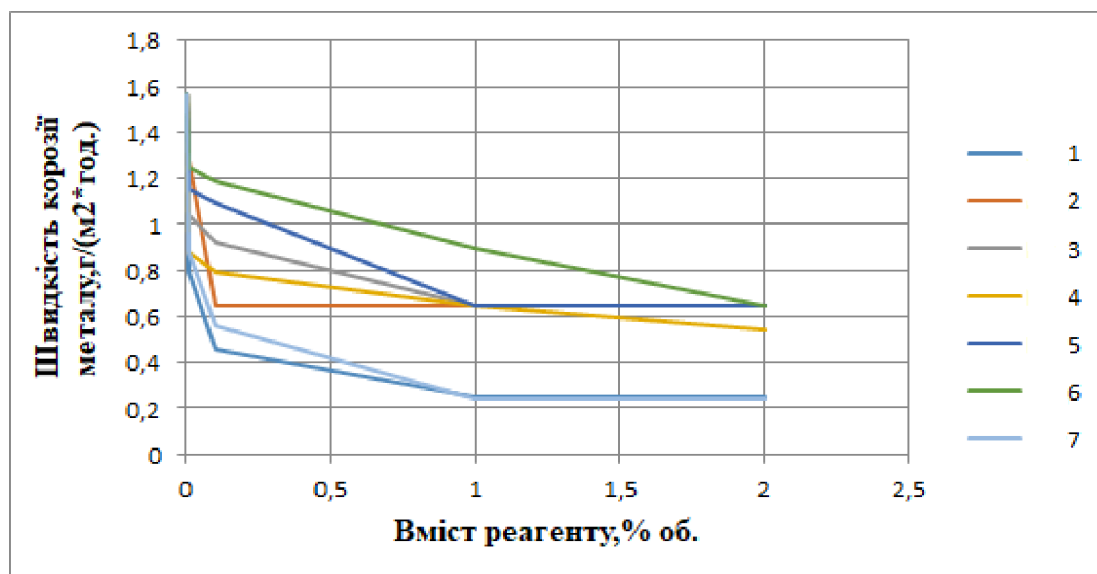


Рисунок 1

Швидкість корозії металу від вмісту інгібіторів в фільтраті із цементної суспензії, насиченої сірководнем та двоокисом вуглецю

1-ВФВМ, 2- Катапін, 3- Формальдегид, 4 - АНП-2, 5 - Уротропин, 6 - КМА, 7- КМА

+уротропин +нітріт натрія + етилсілікат\*) Швидкість корозії металу без впливу інгібітору складає  $1.57 \text{ г}/(\text{м}^2 \cdot \text{год.})$

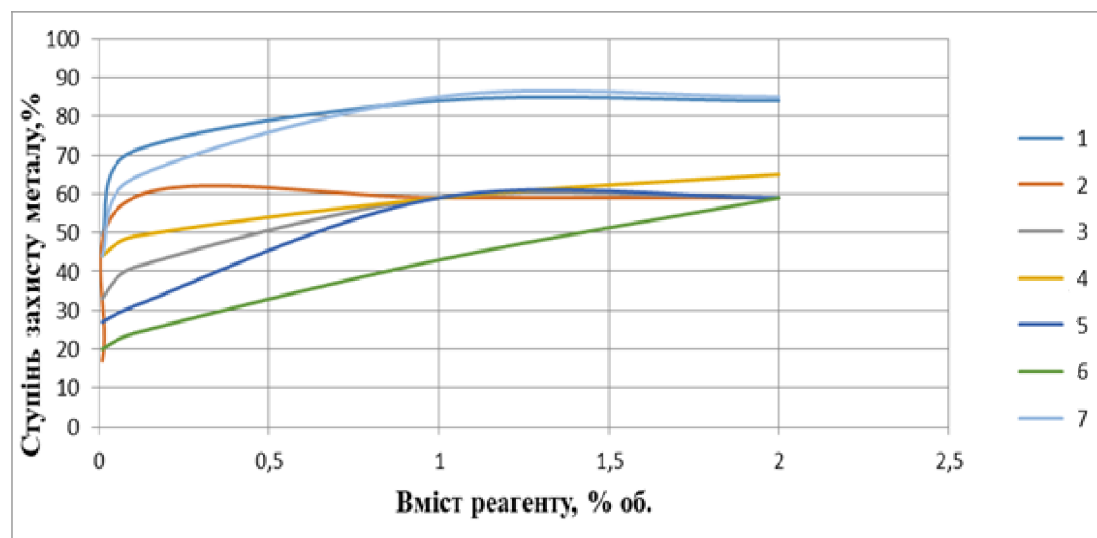


Рисунок 2

Ефективність захисної дії інгібіторів в фільтраті із цементної суспензії, насиченої сірководнем та двоокисом вуглецю

1-ВФВМ, 2- Катапін, 3- Формальдегид, 4 - АНП-2, 5 - Уротропин, 6 - КМА,

7- КМА +уротропин +нітріт натрія + етилсілікат

Для розширення області застосування портландцементу в умовах агресивного впливу сірководню і двоокису вуглецю нами запропонований оригінальний склад тампонажної композиції, яка після тужавіння набуває необхідних властивостей завдяки підвійному захисту – інгібіторному і гідрофобному [13].

Таблиця 1

Результати визначення захисної дії інгібіторів в цементному камені

Тип інгібітору корозії	Вміст інгібітору(КМА-комплекс) в цементному розчині, % мас.	Втрата маси металевого зразка в цементному камені, мг	Ефективність захисної дії, %
Без інгібітору	-	48,2	-
АНП-2	1	49,4	Немає захисту
Катапін	1	55,3	Немає захисту



ВФПМ	1	13,2	72,6
КМА (комплекс)	1	7,4	84,6

Таблиця 2

**Порівняльні результати випробування на стійкість до корозії немодифікованого тампонажного каменю і модифікованого інгібітором на основі КМА**

Тип цементу	Добавка інгібітору, мас. %	Умови випробування		Параметри цементного каменю після 3-х місяців випробувань		
		Температура, °C	Тиск, МПа	в водопровідній воді	в кислому середовищі (H <sub>2</sub> S + CO <sub>2</sub> )	
				Межа міцності при вигині, МПа	Межа міцності при вигині, МПа	Коефіцієнт корозійної стійкості, K <sub>ст</sub>
ПЦТ- 100	-	75	30	9,14	руйнування	-
ПЦТ-100	1	75	30	8,09	8,66	1.06

Це обумовлене присутністю кількох складових: етилсилікату, суперпластифікатору С-3, уротропіну, нітриту натрію та органічної добавки - кубових залишків процесу моноетаноламінового сіркоочищення коксохімічного виробництва [13].

Комплексна захисна дія запропонованої композиції обумовлена багато спрямованим впливом компонентів рецептури на виклики агресивного середовища. Внаслідок зменшення проникнення високо мінералізованої пластової води, яка містить хлорид-іони, які активно руйнують структуру після твердіння розчину, процеси нейтралізації кислих сполук (сірководень та вуглекислий газ) відбуваються більш ефективно, утворюючи на зовнішній поверхні цементного каменю захисної плівки, що виконують роль

захисного бар'єру для подальшого проникнення водного розчину у внутрішню структуру цементного каменю, що є запобіжником його подальшого руйнування. Кубові залишки моноетаноламінового сіркоочищення коксохімічного виробництва по ТУ У 24.1-00190443-062-2010, які введені до рецептури, підсилюють захисний ефект внаслідок утворення в результаті деградації широкого спектру аміносполук [20].

Склад досліджуваних тампонажних розчинів для вибору оптимального складу наведений в таблиці 3 [13].

Розрахунки швидкості корозії металу і захисної дії цементного каменю після його твердіння визначали за формулами [13].

Таблиця 3

**Склад дослідних зразків, модифікованого комплексом КМА, тампонажного розчину та захисна дія отриманих на його основі зразків цементного каменю**

Компоненти композиції	Вміст компонентів у дослідних сумішах у масових відсотках, %			
	I	II	III	
Портландцемент, суперпластифікатор С-3, уротропін, нітрит натрію, вода, етилсілікат	99	98.5	98	
Кубові залишки моноетаноламінового сіркоочищення коксохімічного виробництва (КМА)	1.0	1.5	2.0	
*Захисна дія, %	Електрохімічна	92	94	92
	Гравіметрична	68	67	67

\*Для реагенту ВФВМ захисна дія (%) електрохімічна/гравіметрична, відповідно, складала 62/54 [8]

**Аналіз отриманих результатів.** Результати випробувань зразків цементного каменю, отриманих з тампонажних розчинів, після експозиції в пластовій воді, яка містить сірководень – 0,042% і вуглекислий газ - 0,045% при температурі 95°C, приведені у таблиці 4. Загальна мінералізація пластової води складала 200г/л, в

тому числі, вміст хлорид-іонів був на рівні 125 г/л, а показник рН=6.1 одиниці.

В ході проведення експериментів нами були визначена оптимальна кількість комплексної добавки до тампонажного розчину. Як видно з таблиць 3 і 4, запропонований тампонажний розчин зі складом I після твердіння виявляє надійні захисні властивості від корозії для сталі 45.

**Результати випробувань зразків модифікованого тампонажного розчину та отриманого на його основі цементного каменю [13]**

Реагент у тампонажному розчині	Густина, кг/м <sup>3</sup>	Розтічність, м	Міцність при вигині, МПа, через 2 доби тужавіння			Водо-відділення, мл	В/Ц
			50 °С, 20 МПа	75 °С, 30 МПа	100°С, 40 МПа		
ВФВМ Прототип	1,24	0,20	0,8	1,0	1,8	5,5	0,45
КМА-комплекс (склад I табл.3)	1,23	0,19	0,9	1,0	2,0	5,5	0,45

Зазначений ефект можна пояснити високою адсорбційною дією компонентів запропонованих інгібіторів при сумісній дії разом з гідрофобізатором. Необхідно відмітити, що добавки інгібіторів практично не впливають на основні технологічні властивості тампонажного розчину і отриманого на його основі після твердіння цементного каменю.

Додавання інгібітору в кількості 1.5-2% до складу тампонажного розчину (склад II і склад III див. таблицю 3) не несе суттєвих змін в захисну дію отриманого цементного каменю.

**Висновки.** 1. Проведений аналіз ефективності використання домішок інгібіторів корозії в тампонажних розчинах та сформульовані вимоги щодо покращення їхньої дії.

2. Розроблений новий склад комплексного інгібітору корозії для покращення корозійної стійкості тампонажних розчинів отриманих на основі портландцементів.

3. Результати випробувань зразків цементного каменю, отриманих з модифікованих тампонажних розчинів комплексним інгібітором на основі кубових залишків моноетаноламінового сіркоочищення коксохімічного виробництва (КМА), уротропіну, нітриту натрію з добавкою гідрофобізатору етилсілікату, показують хороші показники корозійної стійкості проти сірководневої та вуглекислотної корозії.

**Література:**

1. Перейма А.А., Осадчая И.Л. Тампонажный цемент на основе никелевых шлаков //Технология строительства газовых и морских нефтяных скважин в сложных горно-геологических условиях: Сб. науч. тр. М.: ВНИИгаз, 1987. С. 131-135. [Perejma A.A., Osadchaja I.L. Tamponazhnyj cement na osnove nikelovyh shlakov //Tehnologija stroitel'stva gazovyh i morskikh neftjanyh skvazhin v slozhnyh gorno-geologicheskikh uslovijah: Sb. nauch. tr. M.: VNIIGaz, 1987. S. 131-135. (In Russ).]

2. Перейма А.А. Разработка тампонажных материалов и технологических жидкостей для заканчивания и ремонта скважин в сложных горно-геологических условиях: Дис. ... д-ра техн. наук (25.00.15). Ставрополь: ОАО «СевКавНИИ- газ», 2009. 300 с. [Perejma A.A. Razrabotka tamponazhnyh materialov i tehnologicheskikh zhidkostej dlja zakanchivanija i remonta skvazhin v slozhnyh gorno-geologicheskikh uslovijah: Dis. ... d-ra tehn. nauk

(25.00.15). Stavropol': ОАО «SevKavNII- gaz», 2009. 300 s. (In Russ).]

3. Орловський В.М. Підвищення якості цементування свердловин // Розвідка та розробка нафтових і газових родовищ. Івано-Франківськ: ІФНТУНГ, 2010. №3. С. 100 – 103. [Orlows'kyj V.M. Pidvyshchennya yakosti tsementuvannya sverdlovyn // Rozvidka ta rozrobka naftovykh i hazovykh rodovyshch. Ivano-Frankivs'k: IFNTUNH, 2010. №3. S. 100 – 103.(in Ukr.).]

4. Орловський В.М., Похилко А.М. Розробка тампонажних матеріалів зниженої густини // Нафтогазова інженерія. Полтава: ПолтНТУ ім. Ю. Кондратюка, 2016. Число 1. С.94 – 102. [Orlows'kyj V.M., Pokhylko A.M. Rozrobka tamponazhnykh materialiv znyzhenoyi hustyny // Naftohazova inzheneriya. – Poltava: PoltNTU im. YU. Kondratyuka, 2016. Chyslo 1. S. 94 – 102. (in Ukr.).]

5. Брегман Дж. Ингибиторы коррозии. /Перевод с англ. под ред. Л.И. Антропова. - М.: Химия, 1966. - 309 с. [Bregman Dzh. Ingibitory korrozii. /Perevod s angl. pod red. L.I. Antropova. - M.: Himija, 1966. - 309 s. (In Russ).]

6. Робинсон Д.С. Ингибиторы коррозии. /Перевод с англ. под ред. Е.С. Иванова. М.: Металлургия, 1983. 272 с. [Robinson D.S. Ingibitory korrozii. /Perevod s angl. pod red. E.S. Ivanova. - M.: Metallurgija, 1983. 272 s. (In Russ).]

7. Авторское свидетельство СССР № 785463, МКИЗ Е 21 В 33/138. Тампонажный раствор /Г.А. Белоусов, Б.М. Скориков, В.П. Пустовалов и др. Бюл. № 45, 1980. [USSR author's certificate №785463 M.class. E 21 B 33/138,1980 ].

8. Авторское свидетельство СССР № 927972 , МКИЗ Е 21 В 33/138. Способ химической обработки тампонажных растворов /В.С. Данюшевский, К.А. Джабаров, Л.Г. Журова и др. Бюл. № 18. 1982. [USSR author's certificate № 927972 M.class. E 21 B 33/138,1982].

9.Перейма А.А., Осадчая И.Л., Гноевых А.Н. Повышение надежности крепи скважин с сероводородсодержащей продукцией //Газовая промышленность. 2012.№7.С. 22-28. [Perejma A.A., Osadchaja I.L., Gnoevyh A.N. Povyshenie nadezhnosti krepri skvazhin s serovodorodsoderzhashhej produkciej //Gazovaja promyshlennost'. 2012. №7.S. 22-28.(In Russ).]

10. Авторское свидетельство СССР № 1160773. МПК6 Е 21 В 33/138. Способ химической обработки тампонажных растворов на основе

металлургических шлаков /Ю.И. Петраков, А.А. Перейма, Т.Д. Дибров и др. Бюл. № 11. ч. 2, 1999. [USSR author's certificate № M.class. E 21 B 33/138,1999].

11. Применение пленкообразующих ингибиторов коррозии в технологии однократных обработок нефтегазопромыслового оборудования /М.Д. Гетманский, А.А. Гоник, К.Р. Низамов, Л.П. Худякова //Обз.инф. Сер. Борьба с коррозией в нефтегазовой промышленности. М.: ВИИОЭНГ, 1979. 41 с. [Primenenie plenkoobrazujushih ingibitorov korrozii v tehnologii odnokratnyh obrabotok neftegazopromyslovogo oborudovanija /M.D. Getmanskij, A.A. Gonik, K.P. Nizamov, L.P. Hudjakova //Obz.inf. Ser. Bor'ba s korroziej v neftegazovoj promyshlennosti. M.: VШOJeNG, 1979. 41 s. (In Russ).]

12. Нестеренко С.В., Донський Д. Ф., Немах А. Моделювання антикорозійного захисту матеріалу обсадної колони в лабораторних умовах// Вісник Національного Технічного Університету «ХПІ». Серія: Інноваційні дослідження у наукових роботах студентів. 2019. № 21(1346) 69. [Nesterenko S.V., Dons'kij D. F., Nemah A. Modeljvannja antikoroziynogo zahistu materialu obsadnoї koloni v laboratornih umovah// Visnik Nacional'nogo Tehnichnogo Universitetu «HPI». Serija: Innovacijni doslidzhennja u naukovih robotah studentiv. 2019. № 21(1346) 69.(in Ukr.)] doi: 10.20998/2220-4784.2019.21.11.

13. Патент України на винахід № 122854.МПК E21B 33/138 Антикорозійний тампонажний розчин // Немах А., Донський Д.Ф., Нестеренко С.В.Бюл.№1від 06.01.21. [Patent Ukraїni na vinahid № 122854. M.class. E21B 33/138 Antikoroziynij tamponazhnij rozchin // Nemah A., Dons'kij D.F., Nesterenko S.V.Bjul.№1vid 06.01.21.(in Ukr.)]

14. Орловський В. М. Тампонажні матеріали, що розширюються при твердінні: [монографія] / В.М. Орловський. Полтава: ПолтНТУ, 2015. – 129 с. [Orlovs'kij V. M. Tamponazhni materialy, shho rozshirjuyut'sja pri tverdinni: [monografija] / V.M. Orlovs'kij. Poltava: PoltNTU, 2015. 129 s.]

15. Запорізьке державне підприємство «Кремнійполімер»/Офіційний сайт. URL: <http://silic.com.ua>.

16. Кремнийорганические соединения и материалы на их основе// Труды совещания по химии и практическому применению кремнийорганических соединений, Л.:Наука, 1984. 294 с. [Kremnijorganicheskie soedinenija i materialy na ih osnove// Trudy soveshhanija po himii i prakticheskomu primeneniju kremnijorganicheskih soedinenij, L.:Nauka, 1984. 294 s. (In Russ).]

17. Вершинина О.С. Применение кремнийорганических соединений в строительстве. М.:МИСИ,1989. 62 с. [Vershinina O.S. Primenenie kremnijorganicheskih soedinenij v stroitel'stve. M.:MISI,1989. 62 s. (In Russ).]

18. Ершова С.Г. Гидрофобная защита плотных цементных и керамических материалов водорастворимыми кремнийорганическими

соединениями. Новосибирск: Известия вузов. Строительство, 2004. № 8. С.65-70. [Ershova S.G. Hidrofobnaja zashhita plotnyh cementnyh i keramicheskikh materialov vodorastvorimymi kremnijorganichesкими soedinenijami. Novosibirsk: Izvestija vuzov. Stroitel'stvo, 2004. № 8. S.65-70. (In Russ).]

19.Ковалев Е.Т., Давыденко И.М. Преимущества и недостатки способов очистки коксового газа от сероводорода//Кокс и химия, 1990. № 6. с. 31-34. [Kovalev E.T., Davydenko I.M. Preimushhestva i nedostatki sposobov ochistki koksovogo gaza ot serovodoroda//Koks i himija. 1990. № 6. S. 31-34. (In Russ).]

20.Банников Л.П., Костенко А.В. Причины образования отходов процесса очистки коксового газа моноэтаноломина/Углекислотный растворами журнал.2011/№5-6 с. 78-83. [Bannikov L.P., Kostenko A.V. Prichiny obrazovanija othodov processa ochistki koksovogo gaza rastvorami monojetanolamina//Uglehimicheskij zhurnal.2011. №5-6.S. 78-83. (In Russ).]

21. Ледовських В. М., Левченко С. В., Тулашов С. М. Синергічні екстремуми сумішей інгібіторів корозії металів у водно-солевих розчинах // Фізико-хімічна механіка матеріалів . 2013. № 6. С. 107-110. [Ledovs'kih V. M., Levchenko S. V., Tulashov S. M. Cinerghichni ekstremumi sumishej ingibitoriv korozii metaliv u vodno-sol'ovih rozchinah // Fiziko-himichna mehanika materialiv . 2013. № 6. S. 107-110.]

22.РД-39-30-808-82.Инструкция по применению АНП-2 в качестве ингибитора бактериальной коррозии для защиты оборудования и коммуникаций в системе утилизации сточных вод. Уфа: ВНИИСПТнефть. 1983.20с. [RD-39-30-808-82.Instrukcija po primeneniju ANP-2 v kachestve ingibitora bakterial'noj korrozii dlja zashhity oborudovanija i komunikacij v sisteme utilizacii stochnyh vod .Ufa:VNIISPTneft'.1983.20s. (In Russ).]

*Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors*

**Немах Амір Мохаммед Аладжмін (Немах Амир Мохаммед Аладжмін, Ameer Neamah Mohammed Alajmeen)** - аспірант, Національний технічний університет «Харківський Політехнічний Інститут», м. Харків; Orcid code 0000-0001-5929-7847

**Донський Дмитро Федорович ( Донской Дмитрий Федорович,Donsky Dmytro Fedorovich)** - кандидат технічних наук, доцент, Національний технічний університет «Харківський Політехнічний Інститут», м. Харків, Orcid code 0000-0003-3546-6110 конт.тел.+380-95-810- 4536

**Нестеренко Сергій Вікторович (Нестеренко Сергей Викторович, Nesterenko Sergii Viktorovich)** - кандидат технічних наук, доцент, Харківський національний університет міського господарства ім. О.М. Бекетова, м. Харків; Orcid code 0000-0002-2089-6786

**Иродов В.Ф.***доктор технических наук, профессор,  
Днепровский государственный технический университет  
г. Каменское, Украина***Чирин Д.А.***аспирант,  
Приднепровская государственная академия  
строительства и архитектуры  
г. Днепр, Украина***Шаптала М.В.***кандидат технических наук, доцент  
Днепровский технологический университет «Шаг»  
г. Днепр, Украина***Шаптала Д.Е.***кандидат технических наук  
Днепровский технологический университет «Шаг»  
г. Днепр, Украина*

### ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ ПРИ ЭВОЛЮЦИОННОМ ПОИСКЕ ДЛЯ СОЛНЕЧНОГО ПЛЕНОЧНОГО КОЛЛЕКТОРА С ТЕПЛОВЫМ НАСОСОМ

**Irodov V.F.***doctor of engineering, professor,  
Dniprovsk State Technical University,  
Kamenskoe, Ukraine.***Chirin D.A.***PhD candidate,  
Prydniprovsk State Academy of  
Civil Engineering and Architecture  
Dnipro, Ukraine.***Shaptala M.V.***candidate of technical sciences, ass. professor  
Dnipro Technological University "Step"  
Dnipro, Ukraine.***Shaptala D.E.***candidate of technical sciences  
Dnipro Technological University "Step"  
Dnipro, Ukraine.*

### DECISION MAKING IN AN EVOLUTIONARY SEARCH FOR HEAT PUMP FILM SOLAR COLLECTOR

**Аннотация.** В статье излагаются результаты исследования совместной работы солнечного коллектора пленочного типа и теплового насоса. Целью работы является получение безразмерных критериев и математической модели солнечного коллектора пленочного типа, а также оптимизация совместной работы солнечного коллектора пленочного типа и теплового насоса типа «вода-вода». Для достижения поставленной цели проведено экспериментальное исследование солнечного пленочного коллектора и получена его математическая модель с безразмерными параметрами (критериями). Построена математическая модель взаимодействия солнечного коллектора пленочного типа и теплового насоса типа «вода-вода» в виде гидравлической цепи с регулируемыми параметрами. Выделены два критерия работы системы: первый критерий - величина тепловой энергии, используемой для теплоснабжения, второй критерий - величина затрат механической энергии на привод теплового насоса. Исследования показали, что выделенные критерии противоречивы. Поэтому задача принятия решений по совместной работе солнечного пленочного коллектора и теплового насоса рассматривалась как двухкритериальная. Новым важным результатом работы является формулировка задачи принятия решений для рассматриваемой системы как многокритериальной задачи с использованием бинарных отношений выбора и функции предпочтения при выборе решения, а также разработанные алгоритмы эволюционного поиска, которые обеспечивают решение сформулированной задачи и сходимостью

итерационного поиска к искомым решениям с вероятностью 1. Значимость полученных результатов состоит в разработанных методах многокритериальной оптимизации совместной работы солнечных коллекторов пленочного типа и тепловых насосов типа «вода-вода». Численные результаты показали, что несмотря на существенно более низкие капитальные затраты на создание пленочных солнечных коллекторов по сравнению с другими солнечными коллекторами, работа пленочных коллекторов совместно с тепловыми насосами обеспечивает достаточно высокие показатели получения тепловой энергии для теплоснабжения при небольших затратах механической энергии (или электрической энергии привода).

**Abstract.** The aim of the work is to obtain dimensionless criteria and a mathematical model of a solar film collector, as well as optimization of the combined operation of the solar film collector and the 'water-water' type thermal pump. To achieve the aim set the experimental research of the solar film collector was performed and the mathematical model of it was developed with dimensionless parameters (criteria). The mathematical model was plotted of the interaction between the solar film collector and the heat pump of 'water-water' type in the form of a hydraulic circuit with the controlled parameters. A new important result of the work is a formulation of the solution accepting problem for the system under study as a multi-criterial problem with the use of the binary ratios of selection and the preference function during the solution choice. Also significant are the developed algorithms of the evolution search, which ensure the solution of the formulated problem and convergence of the iteration search to the sought solutions with a probability of 1. The significance of the obtained results consists of the developed methods of a multi-criterial optimization of the combined operation of the solar film collectors and 'water-water' thermal pumps. The numerical results showed that the operation of the film collectors combined with the heat pumps ensure fairly high values in thermal energy obtaining for the heat supply upon small expenses of the mechanical energy (or the drive electric energy).

*Ключевые слова: использование солнечной энергии, системный анализ, пленочный коллектор, тепловой насос, многокритериальная оптимизация.*

*Keywords: use of solar energy, system analysis, film collector, heat pump, multicriteria optimization.*

## ВВЕДЕНИЕ.

Данная статья относится к использованию солнечной энергии для целей теплоснабжения. Известны различные конструкции солнечных коллекторов. обстоятельный обзор солнечных коллекторов и их применения можно найти в [1]. Плоский коллектор состоит из элемента, поглощающего солнечное излучение (абсорбер), прозрачного покрытия и слоя тепловой изоляции. Абсорбер связан с системой отвода тепла и передачи его потребителям. Конструкциям и особенностям работы плоских коллекторов посвящено большое количество работ, например, [2]. Добиться повышения эффективности использования солнечной энергии можно за счёт уменьшения тепловых потерь в результате использования различных методов: использования подходящих рабочих жидкостей в коллекторе [3]; использование пластинок графена для абсорбера коллектора [4]; использование положительного эффекта использования наножидкостей: взаимодействия оксида алюминия с водой, взаимодействия оксида меди с водой, взаимодействия серебра с водой, оксида кремния с водой [5]; использование пористых материалов с микропорами и наночастичек [6]; использование хромированных термических покрытий [7]; многослойного стеклянного покрытия [8]; использование отражающих рефлекторов [9]; герметизации или создания в коллекторах вакуума [10].

Изложенное направление совершенствования солнечных коллекторов основывалось на

использовании тех или иных дополнительных элементов конструкции или материалов для повышения эффективности работы коллекторов. Это направление сопровождалось увеличением затрат на создание плоских коллекторов и их стоимости. Альтернативный подход состоит в создании дешевых коллекторов, которые, возможно, проигрывают в эффективности использования солнечной энергии, но выигрывают в капитальных затратах на теплоснабжение. Характерным примером реализации подобного альтернативного подхода служат солнечные коллекторы низкой стоимости [11].

Здесь передача солнечной энергии происходит к потоку жидкости, движущемуся между двумя плоскими поверхностями (пленками) без использования трубок внутри коллектора за счет чего достигается низкая стоимость коллектора. При этом используется две прозрачные для солнечных лучей поверхности, между которыми есть воздушная прослойка для снижения тепловых потерь. В нижней части коллектора предполагается тепловая изоляция.

Рассматриваемый в данной статье солнечный коллектор отличается от коллектора [11] наличием только одной прозрачной поверхности, а вода движется по поверхности абсорбера в виде свободного течения – пленки воды, поэтому здесь используется термин «пленочный коллектор». Между поверхностью пленки воды и прозрачной поверхностью коллектора предполагается наличие воздушного зазора. Схема солнечного коллектора данной статьи представлена на рис.1.

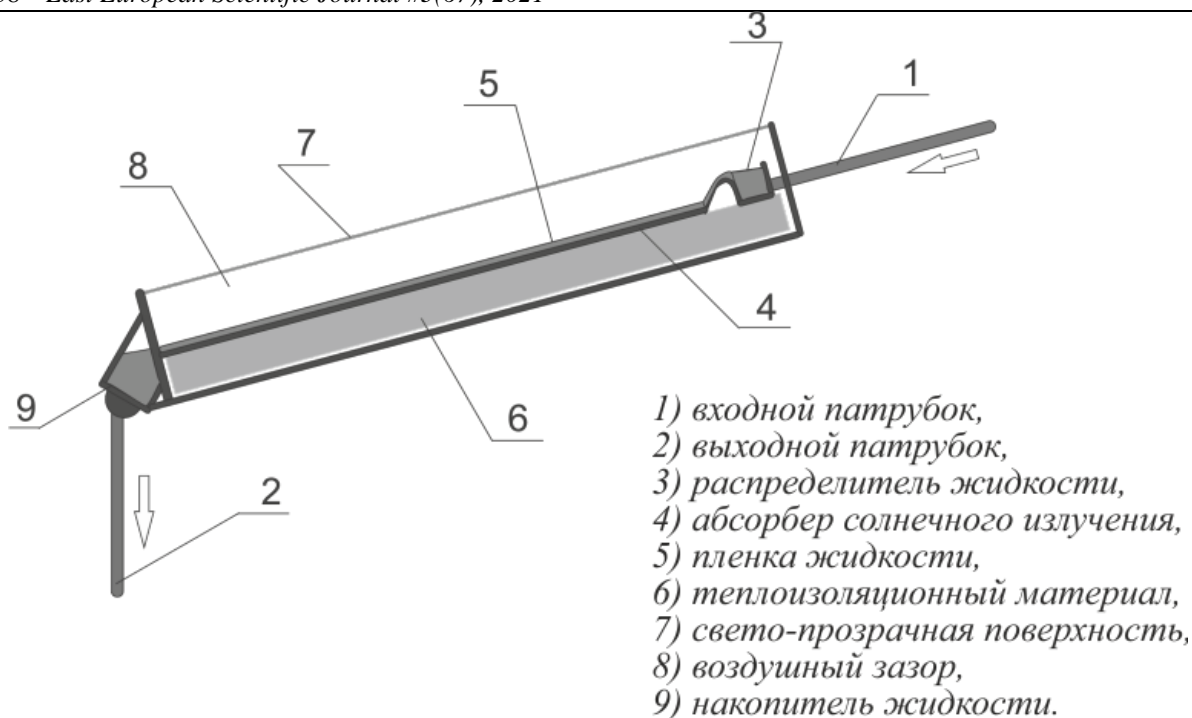


Рис. 1. Схема исследуемого пленочного солнечного коллектора.

#### МЕТОДЫ, РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ.

Для рассматриваемого солнечного коллектора проводились экспериментальные исследования эффективности его работы при изменении основных параметров. В качестве измеряемых параметров работы коллектора принимались следующие параметры: расход воды через коллектор, температура воды на входе в коллектор и температура на выходе из коллектора, температура наружного

воздуха, плотность теплового потока, падающего на коллектор солнечного излучения; величина воздушного зазора между водяной пленкой и прозрачной поверхностью коллектора. Выходной параметр – величина теплового потока, полученного нагреваемой в коллекторе водой. Результаты экспериментов в наружных условиях для г. Днепр приведены в таблице статьи [16, с. 12].

Для моделирования работы солнечного коллектора использовались безразмерные комплексы (критерии):

$$p_1 = \frac{\Delta T}{T_{\text{пов}}} \quad (1)$$

Результаты экспериментов пленочного коллектора в безразмерной форме представлены в статье [16, с. 13].

Как показали экспериментальные исследования солнечного коллектора пленочного типа, он имеет приемлемые значения своей эффективности при небольших температурах воды в пленке и пониженные значения эффективности при повышенных значениях температуры воды в пленке коллектора. Поэтому, естественно

где  $\Delta T$  – разность температур воды между входом и выходом солнечного коллектора,  $T_{\text{пов}}$  – температура наружного воздуха. Температурный комплекс характеризует влияние температурных параметров на работу коллектора.

$$p_2 = \frac{h^2}{F} \quad (2)$$

где  $h$  – расстояние между прозрачной и сорбирующей поверхностями,  $F$  – площадь сорбирующей поверхности.

Второй комплекс характеризует физические параметры солнечного коллектора:

$$p_3 = \frac{c_{\text{вод}} \cdot G \cdot \Delta T}{q_{\text{сон}} \cdot F} \quad (3)$$

где  $c_{\text{вод}}$  – теплоемкость воды,  $G$  – расход воды,  $q_{\text{сон}}$  – интенсивность солнечной радиации.

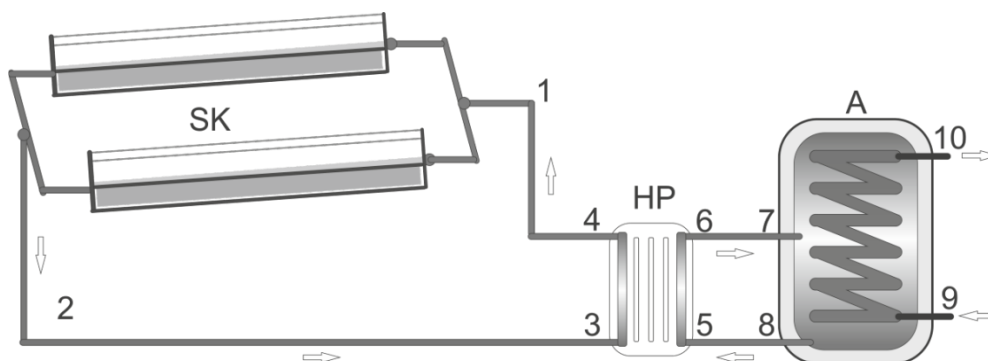
Третий безразмерный комплекс характеризует эффективность солнечного коллектора. Для комплекса  $p_3$  получена следующая эмпирическая зависимость:

$$f(p_1; p_2) = 0.51 - 0.295 \cdot p_1 + 0.0027 \cdot (1 - p_2) + 3.5 \cdot p_1^2 - 0.23 \cdot (1 - p_2)^2 \quad (4)$$

появляется желание использовать пленочные солнечные коллекторы вместе с тепловым насосом, так чтобы пленочные коллекторы работали при невысоких температурах воды в коллекторе, а тепловой насос обеспечивал бы доведение температуры подаваемой воды до нужного значения. Имеется целый ряд научных результатов, где исследуется совместная работа солнечных коллекторов и тепловых насосов. Наибольший интерес представляют работы, где рассматривается

работа тепловых насосов в условиях открытых водных бассейнов [12, 13].

На рис.2 представлена схема работы солнечных коллекторов пленочного типа и теплового насоса типа «вода-вода».



1 – 10 – нумерация узлов гидравлической цепи.

Рис.2. Схема совместной работы солнечных коллекторов и теплового насоса.

Теплоноситель (вода) с начальной температурой поступает в узел 1 солнечный коллектор пленочного типа (SK), после нагревания получаем теплоноситель в узле 2 с соответствующими характеристиками, далее теплоноситель входит во внешний контур теплового насоса (HP) в узле 3, охлаждается до нужной температуры в узле 4 и возвращается к системе (SK) в узел 1. Внутренний контур (HP) начинается в узле 5 с начальной температурой теплоносителя, за счет энергии теплоносителя от внешнего контура происходит нагрев теплоносителя и получаем нагретую воду в узле 6, которая передается баку-аккумулятору в узел 7. В нижней точке бака-аккумулятора в узле 8 происходит отбор охлажденного теплоносителя. Узлы 9 и 10 схемы соответствуют подаче и возврату теплоносителя (воды) для потребителя.

Для математического моделирования солнечного коллектора, работающего с тепловым насосом, можно использовать полученную математическую модель в безразмерной форме (1)-(4). А для математического моделирования теплового насоса типа «вода-вода» будем использовать результаты экспериментального исследования, которые имеются в литературе. По нашему мнению, для этих целей наиболее подходят результаты исследования взаимодействия теплового насоса типа «вода-вода» с открытыми водоемами, например [12, 13]. На основании результатов [13] получена простая эмпирическая зависимость:

$$T_6 = C1 + D1 * (T_3 - T_4), \quad (5)$$

где  $T_3$ ,  $T_4$ ,  $T_6$  – величины температур в соответствующих узлах гидравлической цепи на схеме рис. 2, а коэффициенты регрессионной зависимости имеют значения  $C1 = 32.5$ ;  $D1 = 1.07$ . Значение коэффициента преобразования энергии для теплового насоса по результатам [13] можно определить в виде уравнения регрессии:

$$COP = 5.75 - 0.107 * (T_3 - T_4), \quad (6)$$

Используя математические выражения для пленочного солнечного коллектора (1)-(4) и теплового насоса типа «вода-вода» (5),(6) можно построить алгоритм вычисления выходных функций для системы «солнечный пленочный коллектор + тепловой насос» рис.3.  $E1$  – значение полезной тепловой энергии, которую получают потребители системы теплоснабжения от системы совместной работы «солнечный коллектор + тепловой насос»,  $E2$  – значение затрат механической энергии на привод теплового насоса.

Расчеты  $E1$  и  $E2$  показали, что вполне логичное требование  $E1 \rightarrow \max$  и  $E2 \rightarrow \min$  является противоречивым, а именно, при увеличении полезной тепловой энергии для потребителя увеличиваются и затраты механической (или электрической энергии и наоборот).

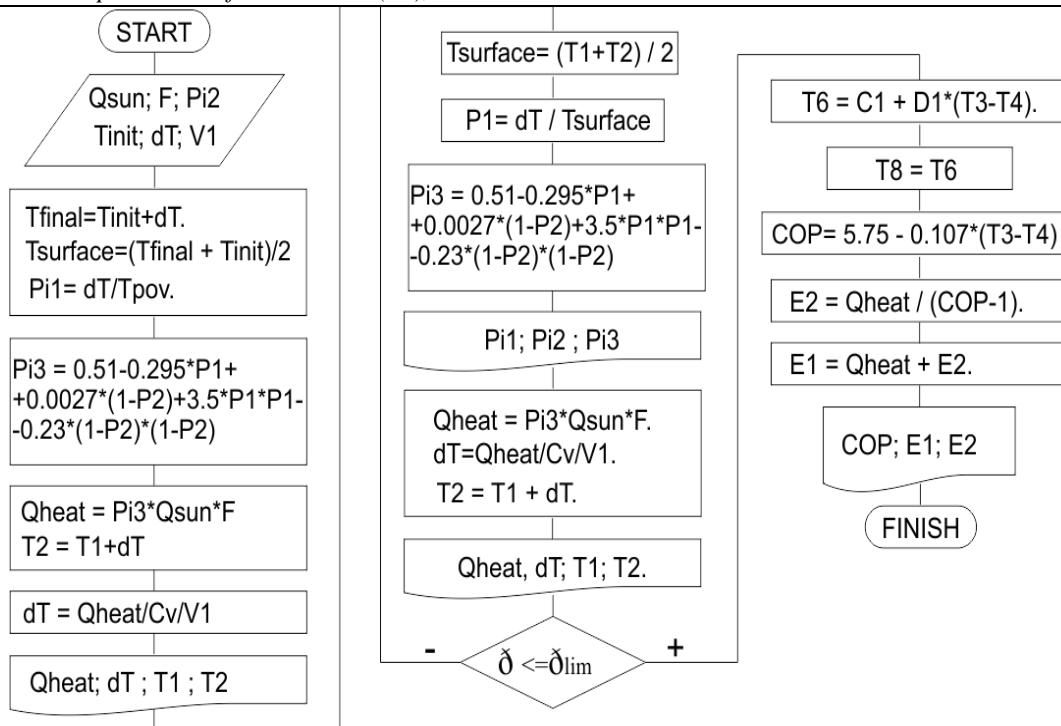


Рис. 3. Алгоритм расчета выходных функций системы “солнечный коллектор – тепловой насос”.

E1 – значение полезной тепловой энергии, которую получают потребители системы теплоснабжения от системы совместной работы «солнечный коллектор + тепловой насос»;

E2 – значение затрат механической энергии на привод теплового насоса;

Qsun – интенсивность солнечного излучения;

Qheat – расчетная лучистая энергия;

F – площадь поверхности коллектора;

Cv- теплоемкость воды;

V(i) – объем воды в i точке;

Tinit – начальная температура воды в солнечном коллекторе;

Tfinal – конечная температура воды в солнечном коллекторе;

Tsurface – температура поверхности коллектора;

Ti – температура воды в i узле гидравлической цепи;

dT – разница температур воды;

P1,P2,P3 – безразмерные комплексы;

δ – показатель установившегося состояния гидравлической цепи;

δlim – тоже предельное значение;

COP – коэффициент преобразования теплового насоса.

Для поиска численных решений задачи оптимизации использовались алгоритмы эволюционного поиска [15], но в отличие от известных эволюционных алгоритмов оптимизации, где используются целевые функции, нами предложено использовать бинарные функции для формулировки и алгоритмической реализации процесса поиска. В таком случае задача оптимизации может быть представлена как поиск наиболее предпочтительного решения для бинарного отношения выбора Rs вида:

Решение x предпочтительнее y, если

$$xR_S y = (E2(x) < E2(y) \text{ or } E2(x) \geq E2_{\text{limited}}) \text{ and } E1(x) > E1(y) \tag{7}$$

или в виде

$$xR_S y = (E1(x) > E1(y) \text{ or } E1(x) \geq E1_{\text{limited}}) \text{ and } E2(x) < E2(y) \tag{8}$$

Алгоритм эволюционного поиска имеет вид:

$$X_{jk} = S(G(X_{j,k-1})), k=1,2,\dots,n \quad j = 1,2,\dots,N_B, \tag{9}$$

где:  $X_{jk}$  – множество наиболее предпочтительных решений по отношению выбора  $R_S$  k-го шага итерации для j-ой ветви эволюционного процесса,

$X_{j,k-1}$  – то же самое для (k-1) – го шага итерации,

$G(X)$  – функция генерации, которая порождена отношением генерации  $R_G$ ,

$S(X)$  – функция выбора, которая порождена отношением выбора:

$$S(X) = \{x \in X / \forall y \in [X \setminus S(X)], xR_S y\} \tag{10}$$



На рис.4 представлена разработанная схема эволюционного алгоритма (7)-(10) поиска оптимальных решений для системы «солнечный коллектор + тепловой насос», а на рис. 5-6

графическое представление итерационного поиска оптимальных решений при варьировании требований к искомым решениям.



Рис. 4. Эволюционный поиск с функцией выбора в виде предпочтения

#### ВЫВОДЫ.

Сформулированы новые безразмерные параметры (критерии), характеризующие функционирование пленочных солнечных коллекторов с одной светопрозрачной поверхностью. Получена новая математическая модель работы пленочного солнечного коллектора с помощью безразмерных критериев. Построена математическая модель системы взаимодействия «пленочный солнечный коллектор + тепловой насос» в виде гидравлической цепи с регулируемыми параметрами. Показано, что задача

оптимизации системы «пленочный солнечный коллектор + тепловой насос» должна рассматриваться как многокритериальная. Построены бинарные отношения наиболее предпочтительного выбора для оптимизации рассматриваемой системы. Разработаны алгоритмы эволюционного поиска наиболее предпочтительных решений сформулированной задачи оптимизации, которые можно использовать при других сочетаниях «солнечный коллектор + тепловой насос»

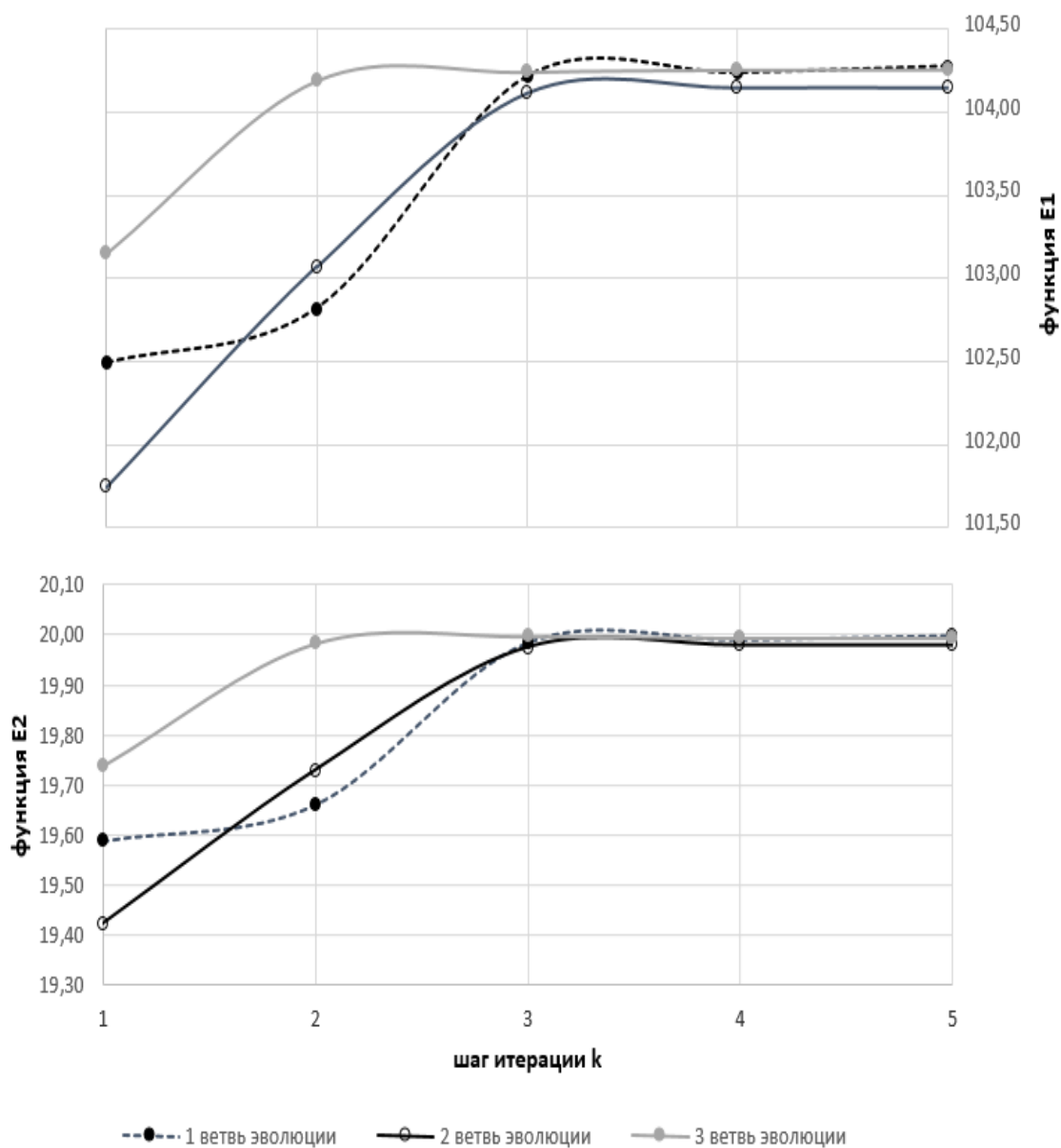


Рис. 5. Поиск максимума функции E1 при ограничении на функцию  $E2 \leq 20$ .

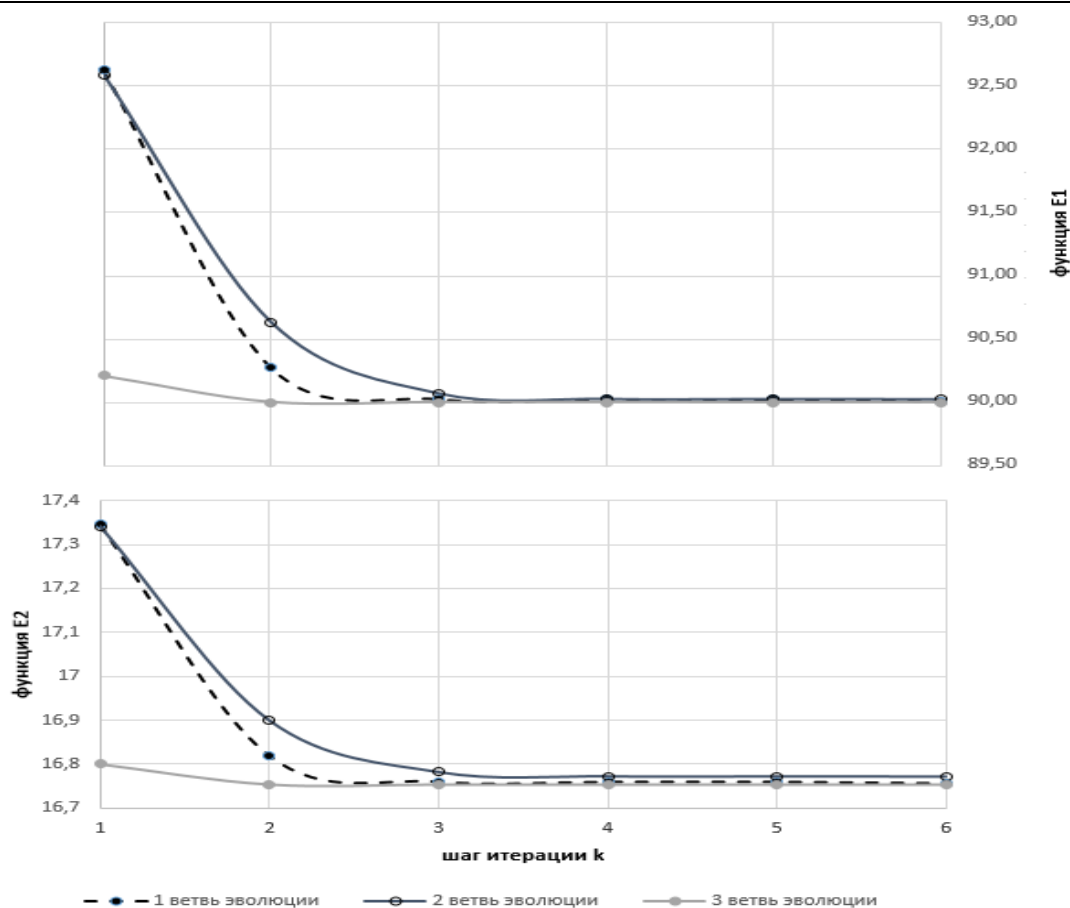


Рис. 6. Поиск минимума функции E2 при ограничении на функцию E1 >= 90.

#### APPENDIX 1 (ПРИЛОЖЕНИЕ 1)

**Fig. 1.** Scheme of the investigated film solar collector (1 – inlet, 2 – outlet, 3 – liquid distributor, 4 – absorber of solar radiation, 5 – liquid film, 6 – heat-insulating material, 7 – light-transparent surface, 8 – air gap, 9 – liquid accumulator).

**Fig. 2.** Scheme of joint operation of solar collectors and a heat pump. (1 – 10 – numbering of hydraulic circuit units).

**Fig. 3.** Algorithm for calculating the output functions of the system “solar collector - heat pump. (E1 – value of the useful thermal energy that consumers of the heat supply system receive from the system of joint operation “solar collector + heat pump”, E2 – value of the mechanical energy consumption for the drive of the heat pump,  $Q_{sun}$  – intensity of solar radiation,  $Q_{heat}$  – calculated radiant energy,  $F$  – collector surface area,  $C_v$  – heat capacity of water,  $V(i)$  – water volume at  $i$  point,  $T_{init}$  – initial water temperature in solar collector,  $T_{final}$  – final water temperature in solar collector,  $T_{surface}$  – collector surface temperature,  $T_i$  – water temperature in  $i$  node of the hydraulic circuit,  $dT$  – the difference in water temperatures,  $P_1, P_2, P_3$  – dimensionless complexes,  $\delta$  – the indicator of the steady state of the hydraulic circuit,  $\delta_{lim}$  – also a limiting value, COP – the conversion factor of the heat pump).

**Fig. 4.** Evolutionary search of preferred solutions (1 – start, 2 – generation of solutions, 3 – calculation of E1, E2; 4 – selection of solutions, 5 – all branches of

evolution? 6 – calculation of search parameters, 7 – condition of end? 8 – end.

**Fig. 5.** Search for the maximum of the function E1 with the restriction  $E2 \leq 20$ .

**Fig. 6.** Search for the minimum of the function E2 with a restriction  $E1 \geq 90$ .

#### Литература (References)

1. Kalogirou S.A., Solar thermal collectors and applications // Progress in Energy and Combustion Science, 2004, no. 30, pp. 231–295.
2. Sunil. K. Amrutkar, Satyshree Ghodke, Dr. K. N. Patil. Solar Flat Plate Collector Analysis // IOSR Journal of Engineering, 2012, no. 2, pp. 207-213.
3. Ranjith P.V., Karim A. A. A comparative study on the experimental and computational analysis of solar flat plate collector using an alternate working fluid // Procedia Technology, 2016, no 24, pp. 546 – 553.
4. Ahmadi A., Ganji D. D., Jafarkazemi F. Analysis of utilizing Graphene nanoplatelets to enhance thermal performance of flat plate solar collector // Energy Conversion and Management, 2016, no. 126, pp. 1–11.
5. Yousefi T., Veysi F., Shojaeizadeh E., Zinadini S. An experimental investigation on the effect of  $Al_2O_3-H_2O$  nanofluid on the efficiency of flat-plate solar collectors // Renewable Energy, 2012, no.39, pp. 293-298.
6. Jouybari H.J. Effects of porous material and nanoparticles on the thermal performance of a flat plate

solar collector: an experimental study // *Renewable Energy*, 2017, no. 114, pp. 1407-1418

7. Föste S. Flat plate collectors with thermochromic absorber coatings to reduce loads during stagnation // *Energy Procedia*, 2016, no. 91, pp. 42 - 48.

8. Ehrmann N., Reineke-Koch R. Selectively coated high efficiency glazing for solar-thermal flat-plate collectors // *Thin Solid Films*, 2012, no. 520, pp. 4214-4218.

9. Bhowmik H., Amin R. Efficiency improvement of flat plate solar collector using reflector // *Energy Reports*, 2017, no. 3, pp. 119-123.

10. Moss R.W., Henshall P., Arya F., Shire G.S.F., Hyde T., Eames P.C. Performance and operational effectiveness of evacuated flat plate solar collectors compared with conventional thermal // PVT and PV panels *Applied Energy*, 2018, vol.216 (2018), pp. 588-601.

11. Juanicó L. E., Dilalla N. A New Low-Cost Plastic Solar Collector // *Hindawi Publishing Corporation ISRN Renewable Energy*, vol. 2013 Available at: <http://dx.doi.org/10.1155/2013/102947>

12. Si P., Li A., Rong X. and at. New optimized model for water temperature calculation of river-water source heat pump and its application in simulation of energy consumption // *Renewable Energy*, 2015, no. 84, pp. 65-73.

13. Nan Lv., Zhang Q., Chen Z., Wu D. Simulation and analysis on thermodynamic performance of surface water source heat pump system // *Build simul*, 2017, no. 10, pp. 65-73.

14. Irodov V.F. Self-organization methods for analysis of nonlinear systems with binary choice relations // *Syst. Anal. Modeling Simulation*, 1995. v.18-19, pp. 203-206.

15. Irodov V. F., Chornomorets G.Y., Barsuk R. V. Multiobjective Optimization at Evolutionary Search with Binary Choice Relation // *Cybernetics and Systems Analysis*, 2020, no 56(3), pp. 449-454.

16. Chirin D.A., Irodov V.F. Creation mathematical model of a film solar collector using evolutionary search algorithm // *East European Scientific Journal*, 2019, no 51(4), pp. 11-17.

# ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

УДК 004.42, 004.438

Новиков М.Д.

## ТЕСТИРОВАНИЕ ПРОГРАММ НА ЯЗЫКЕ ПАСКАЛЬ, ИСПОЛЬЗУЮЩИХ ДИНАМИЧЕСКУЮ ПАМЯТЬ

Novikov M.D.

### TESTING PROGRAMS IN PROGRAMMING LANGUAGE PASCAL THAT USE DYNAMIC MEMORY

**Аннотация.** Статья является продолжением серии статей, посвященных системе автоматического тестирования программ на Паскале, разрабатываемой на факультете вычислительной математики и кибернетики МГУ им. М.В. Ломоносова. В статье описываются особенности тестирования программ, использующих динамическую память и реализующих обработку сложных структур данных – списков и двоичных деревьев.

**Abstract.** This article continues the series of articles devoted to description of the automated program testing system that has been developing at the faculty of Computational mathematics and cybernetics of Moscow State University. Some peculiarities of testing Pascal programs using dynamic memory and processing linear lists and binary trees are described in the article.

*Ключевые слова:* язык Паскаль, тестирующие программы, программирование, информатика, динамические структуры данных, динамическая память, линейные списки, двоичные деревья.

*Key words:* programming language Pascal, testing programs, programming, computer science, dynamic data structures, linear lists, binary trees.

#### Введение.

Система автоматического тестирования программ (далее – Система) разрабатывается на факультете ВМК МГУ с 2017 года и предназначена для проверки правильности работы программ на языке Паскаль, составляемых студентами первого курса факультета ВМК в рамках практикума по программированию на ЭВМ. За основу взяты задачи из двух учебных пособий: 1) из учебного пособия [1], в котором собрано несколько сотен задач на различные темы, начиная с таких простых тем как ‘Условный оператор’ и ‘Операторы цикла’ и кончая сложными темами ‘Списки’ и ‘Деревья’; 2) из учебного пособия [2], которое содержит различные сложные задания по практикуму на ЭВМ. Об особенностях написания и тестирования программ из глав 3 – 15 пособия [1] рассказывается в работах [3], [4] и [5]. Данная же статья посвящена тестированию программ, реализующих обработку списков и деревьев (главы 16 и 17 пособия [1], задание 2 из пособия [2]).

#### Особенности задач на обработку списков и деревьев.

Задачи на обработку сложных структур данных – списков и деревьев – предполагают использование динамической памяти ЭВМ. Возникает проблема корректного использования этой памяти, т.е. недопущение таких последствий ее неправильного использования, как появление висячих ссылок и утечку памяти в процессе работы программы. Например, программа, строящая список из  $N$  элементов, должна обратиться к процедуре New выделения памяти под один элемент списка ровно  $N$  раз. Аналогично

программа, удаляющая из списка какие-либо элементы, должна обратиться к процедуре освобождения памяти Dispose столько раз, сколько элементов списка удаляется. В студенческих программах данное требование часто не соблюдается, а именно: создается больше динамических элементов, чем требуется, и не все динамические элементы удаляются. Такие ошибки не фиксируются в процессе выполнения программы, т.е., несмотря на неправильное использование динамической памяти, выдается верный ответ.

Замечание. Если, наоборот, создается меньше динамических элементов, чем требуется или удаляются лишние элементы, то это обычно приводит к неверному результату или возникает ошибка периода выполнения Runtime Error.

#### Реализация проверки правильности использования динамической памяти.

Данные для представления линейных списков и двоичных деревьев могут быть описаны следующим образом ([1], с. 155, 171).

Список:  
**type** Tlist=^Telem; Telem=record data:Tdata;  
next: Tlist end;  
Дерево:  
**type** Ttree=^Telem; Telem=record data:Tdata;  
left, right: Ttree end;

В качестве типа Tdata могут быть использованы любые типы данных: real, integer и т.д.

Приведем процедуру, создающую список из  $N$  элементов ( $N > 0$  – константа):

```
procedure create_list(var L:Tlist);
```

```

var r:real; i:integer; p:Tlist;
begin
for i:=1 to n do
begin
read(r);
if i=1 then begin new(L); L^.data:=r;
L^.next:=nil; p:=L end
else begin new(p^.next); p:=p^.next; p^.data:=r;
p^.next:=nil end;
end;
end;

```

Процедура New вызывается при работе процедуры ровно N раз.

Приведем далее пример процедуры, неправильно обрабатывающей список. Рассмотрим задачу 16.29 к) из [1], в которой требуется составить процедуру, оставляющую в заданном списке из группы подряд стоящих одинаковых элементов только один элемент.

```

procedure remove_equal(L:Tlist);
var p,r:Tlist;
begin
if (L=nil)or(L^.next=nil)then exit;
p:=L;
while p^.next<>nil do
begin
r:=p^.next;
if p^.data=r^.data then begin p^.next:=r^.next
end else p:=p^.next
end;
end;

```

В этой процедуре изменяются лишь ссылки на элементы списка, но элементы, ставшие ненужными, не удаляются. Тем не менее, процедура всегда выдает правильный результат.

Для корректировки процедуры достаточно вставить оператор Dispose(r) после изменения ссылки p:

```

procedure remove_equal(L:Tlist);
var p,r:Tlist;
begin
if (L=nil)or(L^.next=nil)then exit;
p:=L;
while p^.next<>nil do
begin
r:=p^.next;
if p^.data=r^.data then begin p^.next:=r^.next;
Dispose(r) end else p:=p^.next
end;
end;

```

Проблема состоит в том, чтобы на этапе выполнения тестируемой процедуры создания, обработки и удаления списка или дерева проверить количество вызовов процедур New и Dispose. В описываемой Системе это реализовано следующим образом.

Каждый вызов процедуры New(p) и Dispose(p) заключается в блок типа:

```
Begin inc(s); New(p)/Dispose(p); end;
```

(1)

где s – специальная глобальная переменная, описанная вне процедуры. По окончании работы

процедуры проверяется, совпадает ли количество обращений к процедуре New или Dispose с требуемым.

В учебных пособиях [1] и [2] задачи на обработку списков и деревьев ставятся следующим образом.

1) Написать процедуру или функцию, обрабатывающую заданную динамическую структуру (требуется написать только подпрограмму без основного блока).

2) Написать полную программу, создающую и обрабатывающую список или дерево.

В случае 1) Система добавляет к тестируемой процедуре или функции основной блок, в котором создаются исходные данные для процедуры (функции) и одновременно подсчитывается требуемое количество обращений к процедурам New и Dispose при ее выполнении. Затем вызывается тестируемая процедура (функция) и по окончании ее работы проверяется количество вызовов процедур New и Dispose.

В случае 2) Система заключает тестируемую программу в процедуру; к тестируемой программе добавляются операторы подсчета количества вызовов процедур New и Dispose (1). Формируется также основной блок, из которого вызывается тестируемая программа.

Приведем программу (с комментариями), которая будет сформирована Системой для тестирования приведенной выше процедуры к задаче 16.29 к).

{Система всегда добавляет к любой тестируемой программе или подпрограмме директивы контроля операций ввода-вывода и значений ограниченных типов.}

```
{I+,R+}
```

{Имена дополнительных переменных, в которых подсчитывается количество обращений к функциям New и Dispose задаются случайным образом для предотвращения возможных коллизий. В данной программе имена обозначены как abcdef и xyzdef.}

```
var abcdef:integer;
{Добавляется описание типов данных, используемых тестируемой процедурой.}
```

```
type Tlist=^TNode;
```

```
TNode=record Data: real;
```

```
next: Tlist end;
```

{В тестируемой процедуре все обращения к функции Dispose(r) заменяются на операторы begin inc(abcdef); dispose(r) end;}

```
procedure remove_equal(L:tlist);
```

```
var p,r:tlist;
```

```
begin if(L=nil)or(L^.next=nil)then exit;
```

```
p:=L;
```

```
while p^.next<>nil do begin r:=p^.next;
```

```
if p^.data=r^.data then begin p^.next:=r^.next;
```

```
begin inc(abcdef);
```

```
dispose(r)end
```

```
end
```

```
else p:=p^.next end;
```

```
end;
```

{Системой формируется основной блок. В нем строится список (число 1E20 означает конец ввода) и одновременно подсчитывается количество подряд стоящих одинаковых элементов (т.е. количество необходимых обращений к процедуре Dispose при их последующем удалении). После этого вызывается тестируемая процедура. По окончании выполнения тестируемой процедуры производится печать результирующего списка, его удаление и проверка правильности количества обращений к функции Dispose.}

```

var L,p:Tlist;
xyzdef:integer;
q,r:real;
begin
read(r);
if r=1E20 then L:=nil else begin new(L);
L^.next:=nil;
L^.data:=r;
p:=L;
end;
if L<>nil then repeat read(q);
if q=1E20 then break;
new(p^.next);
p:=p^.next;
p^.data:=q;
p^.next:=nil;
if r=q then inc(xyzdef);
r:=q until r>=1E20;
remove_equal (L); //Вызов тестируемой
процедуры
p:=L;
while L<>nil do begin write(L^.data:1:3,');
L:=L^.next end;
if abcdef<>xyzdef then write('Неверное
количество обращений к процедуре Dispose');
L:=p;
while L<>nil do begin p:=l^.next;
dispose(L);
L:=p end;
end.
    
```

Рассмотрим теперь случай, когда надо тестировать полную программу, использующую динамическую память. Приведем программу с комментариями, которая будет сформирована Системой для тестирования такой полной программы.

{Случайным образом задаются имена дополнительных переменных, в которых подсчитывается количество обращений к функциям New и Dispose в процессе работы тестируемой программы}

```

var abcdtf1,abcdtf2:integer;
{Тестируемая программа заключается в
процедуру, имя которой также задается
случайным образом}
    
```

```

procedure PPPPPP;
{$I+,R+}
{Здесь расположена тестируемая программа,
в которой каждое обращение к процедуре New и
Dispose заменено на блок (1)}
    
```

```

{Основной блок, формируемый Системой}
begin
abcdef1:=0;
abcdef2:=0;
PPPPPP;
{Так как тестируемая программная единица
представляет собой полную программу в которой
создается и обрабатывается список или дерево,
то по окончании обработки данная динамическая
структура должна быть удалена. Поэтому
количество обращений к функциям New и Dispose
должно совпадать.}
    
```

```

if abcdef1-abcdef2<>0 then write('Неверное
количество обращений к процедурам New и
Dispose')
end.
    
```

#### Заключение.

Данная методика проверки использования динамической памяти позволила быстро выявлять любые ошибки, связанные с неправильным использованием этой памяти при обработке таких сложных структур данных, как списки и деревья. Методика показала свою эффективность при тестировании студенческих программ.

#### Литература.

1. Пильщиков В. Н. Язык Паскаль. Упражнения и задачи. М.: Научный мир, 2003. 224 с.
2. Трифонов Н.П., Пильщиков В.Н. Задания практикума на ЭВМ (1 курс). М.: Издательский отдел факультета вычислительной математики и кибернетики МГУ им. М. В. Ломоносова, 2001, 32 с.
3. Новиков М.Д. Система автоматического тестирования программ, написанных на языке программирования Паскаль. Альманах современной науки и образования. Тамбов.: Изд-во Грамота, №6, 2017 г.
4. Новиков М.Д. Автоматизированный практикум по языку программирования Паскаль. Наука России: цели и задачи. Сборник статей по материалам XV международной научно-практической конференции. Екатеринбург, 10.10. 2019 г.
5. Новиков М.Д. Автоматическое тестирование программ на языке Паскаль. Тезисы докладов конференции памяти Николая Павловича Трифонова. М.: Макс Пресс, 2020, с.34-36.

**Suchkov M.V.**

candidate of physical and mathematical sciences,  
associate professor of the Department of Higher Mathematics at the  
National Research Nuclear University MEPhI  
115409, Moscow, Kashirskoe shosse, 31, Russian Federation

**Trifonenkov V.P.**

candidate of physical and mathematical sciences,  
associate professor of the Department of Higher Mathematics at the  
National Research Nuclear University MEPhI  
115409, Moscow, Kashirskoe shosse, 31, Russian Federation

## ON THE CONVERGENCE OF SPECTRAL EXPANSIONS FOR LAPLACE OPERATOR WITH DISCONTINUOUS COEFFICIENT IN A CLOSED DOMAIN WITH DISCONTINUITY POINTS

**Сучков Михаил Вадимович**

кандидат физико-математических наук,  
доцент кафедры высшей математики национального исследовательского ядерного университета  
"МИФИ"

115409, г. Москва, Каширское шоссе, д.31, Российская Федерация

**Трифоненков Владимир Петрович**

кандидат физико-математических наук,  
доцент кафедры высшей математики национального исследовательского ядерного университета  
"МИФИ"

115409, г. Москва, Каширское шоссе, д.31, Российская Федерация

## О СХОДИМОСТИ СПЕКТРАЛЬНЫХ РАЗЛОЖЕНИЙ ДЛЯ ОПЕРАТОРА ЛАПЛАСА С РАЗРЫВНЫМ КОЭФФИЦИЕНТОМ В ЗАМКНУТОЙ ОБЛАСТИ, СОДЕРЖАЩЕЙ ТОЧКИ РАЗРЫВА

**Summary.** The article shows that for Laplace operator with a discontinuous coefficient and Dirichlet problem for a closed domain of dimension  $N = 2$  and for sufficiently smooth functions, the presence of a discontinuity does not affect the convergence of spectral expansions in a closed domain containing discontinuity points.

**Аннотация.** В статье показывается, что для оператора Лапласа с разрывным коэффициентом и задачи Дирихле для замкнутой области размерности  $N = 2$  и для достаточно гладких функций наличие разрыва не оказывает влияния на сходимость спектральных разложений в замкнутой области, содержащей точки разрыва.

**Key words:** Laplace operator with discontinuous coefficient, localization principle, spectral decomposition of function.

**Ключевые слова:** оператор Лапласа с разрывным коэффициентом, принцип локализации, спектральное разложение функции.

Пусть  $N$ -мерная область  $g$  с границей  $\Gamma$  разбивается некоторой лежащей внутри нее замкнутой поверхностью  $C$  на две подобласти  $g_1$ , лежащую внутри  $C$ , и  $g_2$ . Рассмотрим в  $(g + \Gamma)$  следующую задачу на собственные функции:

$$\begin{aligned} k_1 \Delta u + \lambda u &= 0; x \in g_1 \\ k_2 \Delta u + \lambda u &= 0; x \in g_2 \end{aligned} \quad (1)$$

$$u|_{C-0} = u|_{C+0}; k_1 \frac{\partial u}{\partial n} \Big|_{C-0} = k_2 \frac{\partial u}{\partial n} \Big|_{C+0}; u|_{\Gamma} = 0$$

$k_1$  и  $k_2$  - положительные постоянные. Символы  $C-0$  и  $C+0$  означают предельные значения соответственно с внутренней и внешней стороны поверхности  $C$  по отношению к области  $g_1$ ;  $C, \Gamma \in C^{2,\alpha}$  ( $\alpha > 0$ ).

**Определение.** Классической собственной функцией задачи (1) называется функция  $u(x)$

- 1)  $u(x) \neq 0$ ;
- 2)  $u(x) \in C^1(g_1 + C) \cap C^2(g_1)$ ;
- 3)  $u(x) \in C^1(g_2 + C + \Gamma) \cap C^2(g_2)$ ;
- 4)  $u(x) \in C(g + \Gamma)$ ;

5)  $u(x)$  при некотором  $\lambda$  удовлетворяет всем условиям задачи (1).

Из работы [1] известно, что задача (1) имеет дискретный спектр, состоящий из положительных собственных значений  $\lambda_n$  (с единственной бесконечно удаленной предельной точкой), которым соответствует полная ортонормированная система в  $L_2(g)$  собственных функций  $u_n(x)$ . Причем, эта система совпадает с системой обобщенных собственных функций задачи (1) (в обычном смысле, удовлетворяющих некоторому интегральному тождеству). В работе [2] показывалось, что, если  $N = 2$  или  $N = 3$ , наличие поверхности разрыва коэффициента не влияет на выполнение принципа локализации в областях



"далёких" от поверхности разрыва. То есть при  $N = 2, 3$ ; условия в классах С.Л. Соболева дробного порядка, при которых выполнен принцип локализации для системы собственных функций задачи (1), в областях  $\Omega$ , не содержащих точек поверхности разрыва коэффициента, остаются точно такими же, как и для обычного оператора Лапласа (задача Дирихле). Причём, если увеличить или показатель гладкости, или индекс суммируемости классов С.Л.Соболева дробного порядка в области  $\Omega$  (условия В.А. Ильина), то ряд Фурье по собственным функциям задачи (1) будет равномерно сходиться к разлагаемой функции на любом компакте  $K \subset \Omega$ . При  $N \geq 5$  в работе [2] приведён пример функции, сколь угодно гладкой в области  $g$  и финитной относительно этой области,

обращающейся в нуль в некоторой подобласти  $\Omega \subset g_1$ , ряд Фурье по собственным функциям задачи (1) которой расходится в некоторой точке  $\Omega$ . В настоящей работе обсуждаются вопросы сходимости спектральных разложений по собственным функциям задачи (1) в замкнутой области  $\bar{g}$  (в том числе и на поверхности разрыва коэффициента). Если  $N \geq 5$ , то указанный выше пример говорит о том, что для сколь угодно гладкой в области  $g$  и финитной функции такую сходимость гарантировать нельзя. Однако, если  $N = 2$ , то для достаточно гладких функций в области  $\bar{g}$  сходимость спектральных разложений по собственным функциям задачи (1) будет равномерной в  $\bar{g}$  к таким функциям. А именно, справедлива теорема:

**Теорема.** Пусть  $N = 2$ ;  $f(x) \in W_2^{1+\varepsilon}(g)$ ;  $\varepsilon > 0$ ;  $f|_\Gamma = 0$ ;  $\Gamma, C \in C^{2,\alpha}$ ; ( $\alpha > 0$ ). Тогда ряд Фурье функции  $f(x)$  по собственным функциям  $\{u_n(x)\}_{n=1}^\infty$  задачи (1) сходится к  $f(x)$  равномерно в замкнутой области  $\bar{g}$ .

**Доказательство.**

Введём гильбертовы пространства

$$\bar{W}_2^\alpha(g) = W_2^\alpha(g_1) \oplus W_2^\alpha(g_2); \alpha > 0$$

$$\|f\|_{\bar{W}_2^\alpha(g)} = \|f\|_{W_2^\alpha(g_1)} + \|f\|_{W_2^\alpha(g_2)}$$

$$\overset{\circ}{W}_{2C}^2(g) = \{u \in \bar{W}_2^2(g); u|_{C-0} = u|_{C+0}; k_1 \frac{\partial u}{\partial n}|_{C-0} = k_2 \frac{\partial u}{\partial n}|_{C+0}; u|_\Gamma = 0\}$$

Обозначим через  $L$  оператор  $Lu = \begin{cases} k_1 \Delta u; & x \in g_1 \\ k_2 \Delta u; & x \in g_2 \end{cases}$

Из работы [5] известно, что оператор  $L$  осуществляет гомеоморфизм из  $\overset{\circ}{W}_{2C}^2(g)$  в  $L_2(g)$  и существуют такие постоянные  $C_1, C_2 > 0$ , что

$$C_1 \int_g (Lf)^2 dx \leq \|f\|_{\overset{\circ}{W}_{2C}^2(g)}^2 \leq C_2 \int_g (Lf)^2 dx; \forall f \in \overset{\circ}{W}_{2C}^2(g) \quad (2)$$

Используя равенство Парсеваля, получим

$$\int_g (Lf)^2 dx = \sum_{n=1}^\infty (\int_g (Lf) u_n(x) dx)^2 \quad (3)$$

$$\int_g (Lf) u_n(x) dx = \int_{g_1} k_1 (\Delta f) u_n(x) dx + \int_{g_2} k_2 (\Delta f) u_n(x) dx =$$

[применим вторую формулу Грина к каждому из интервалов. Поверхностные интегралы сокращаются в силу условий сопряжения]

$$\begin{aligned} &= \int_{g_1} f k_1 \Delta u_n(x) dx + \int_{g_2} f k_2 \Delta u_n(x) dx = - \int_{g_1} f \lambda_n u_n(x) dx - \int_{g_2} f \lambda_n u_n(x) dx = \\ &= -\lambda_n \int_g f u_n(x) dx = -\lambda_n f_n; \text{ где } f_n = (f, u_n(x))_{L_2(g)} \end{aligned} \quad (4)$$

Из (2), (3), (4) следует, что  $\forall f \in \overset{\circ}{W}_{2C}^2(g)$  существуют константы  $C_1, C_2 > 0$ , не зависящие от  $f$ , такие, что:

$$C_1 \sum_{n=1}^\infty \lambda_n^2 f_n^2 \leq \|f\|_{\overset{\circ}{W}_{2C}^2(g)}^2 \leq C_2 \sum_{n=1}^\infty \lambda_n^2 f_n^2 \quad (5)$$

Для дальнейшего доказательства нам понадобится методика интерполяции гильбертовых пространств. Мы будем рассматривать её по Лионсу. Пусть в вещественном гильбертовом пространстве  $H_0$  заданы полная ортонормированная система функций  $\{\mu_j\}_{j=1}^\infty$  и неубывающая числовая положительная последовательность  $\{v_j\}_{j=1}^\infty$  с единственной предельной точкой бесконечность. Для  $\theta: 0 \leq \theta \leq 1$  обозначим пространство функций  $H_\theta = \{u \in H_0 \mid \sum_{j=1}^\infty v_j^\theta (u, \mu_j)_{H_0}^2 < \infty\}$ . Тогда  $H_\theta$  - гильбертово пространство со скалярным произведением

$$(u, v)_{H_\theta} = \left( \sum_{j=1}^\infty v_j^{\theta/2} (u, \mu_j)_{H_0} \mu_j, \sum_{j=1}^\infty v_j^{\theta/2} (v, \mu_j)_{H_0} \mu_j \right)_{H_0} \quad \text{и ортонормированным базисом} \\ \left\{ \frac{1}{v_j^{\theta/2}} \cdot \mu_j \right\}_{j=1}^\infty. \text{ Пространства } H_\theta \text{ непрерывно и плотно вложены в } H_0. \text{ Под символом } [H_1, H_0]_\theta \text{ будем}$$

понимать интерполяцию пространств  $H_1$  и  $H_0$  по Лионсу, то есть такое гильбертово пространство, что:  $[H_1, H_0]_\theta = D(\Lambda^{1-\theta})$ ;  $0 < \theta < 1$ , где  $\Lambda$  - некоторый линейный самосопряжённый положительный оператор, действующий в пространстве  $H_0$ , с областью определения  $H_1$  и  $[H_1, H_0]_0 = H_1$ ;  $[H_1, H_0]_1 = H_0$ .

**Лемма 1.**  $[H_1, H_0]_\theta = H_{1-\theta}$ ;  $0 \leq \theta \leq 1$ .

Доказательство

Рассмотрим следующий оператор  $\Lambda$

$$\Lambda u = \sum_{j=1}^\infty v_j^{1/2} (u, \mu_j)_{H_0} \mu_j; \quad \Lambda: H_0 \rightarrow H_0; \quad D(\Lambda) = H_1.$$

Оператор  $\Lambda$  является самосопряжённым, так как он, во-первых, симметрический на области своего определения  $H_1$ , плотной в  $H_0$

$$(\Lambda u, v)_{H_0} = \left( \sum_{j=1}^\infty v_j^{1/2} (u, \mu_j)_{H_0} \mu_j, \sum_{j=1}^\infty (v, \mu_j)_{H_0} \mu_j \right)_{H_0} =$$

$$= \sum_{j=1}^\infty v_j^{1/2} (u, \mu_j)_{H_0} (v, \mu_j)_{H_0} = (u, \Lambda v)_{H_0}; \quad \forall u, v \in H_1$$

и, во-вторых,  $R(\Lambda) = H_0$ . В самом деле: возьмем произвольную функцию  $v \in H_0$ . Тогда  $v = \sum_{j=1}^\infty (v, \mu_j)_{H_0} \mu_j$ . Рассмотрим функцию  $s = \sum_{j=1}^\infty v_j^{-1/2} (v, \mu_j)_{H_0} \mu_j$ .

Тогда  $s \in H_1$ ;  $(s, \mu_k)_{H_0} = v_k^{-1/2} (v, \mu_k)_{H_0}$ ;  $k = 1, 2, \dots$ ;  $\Lambda s = \sum_{j=1}^\infty (v, \mu_j)_{H_0} \mu_j = v$ .

Аналогично доказывается положительная определенность оператора  $\Lambda$ . Оператор  $\Lambda$  имеет в  $H_0$  ортонормированный базис из собственных функций  $\mu_j$ :  $\Lambda \mu_j = v_j^{1/2} \mu_j$ , где  $v_j^{1/2}$  - собственное значение оператора  $\Lambda$ , отвечающее собственной функции  $\mu_j$ . Из определения спектрального разложения самосопряженного оператора следует, что:  $u \in D(\Lambda^{1-\theta}) \leftrightarrow$

$$\sum_{j=1}^\infty (v_j^{1/2})^{2(1-\theta)} (u, \mu_j)_{H_0}^2 = \sum_{j=1}^\infty v_j^{1-\theta} (u, \mu_j)_{H_0}^2 = \|u\|_{H_{1-\theta}}^2 < \infty. \text{ Лемма доказана.}$$

Перейдем теперь к конкретному выбору пространств  $H_\theta$ . Отметим сначала, что функции  $v_n = \frac{u_n}{\sqrt{a + \lambda_n}}$  (где  $a$  - неотрицательная константа, зависящая от оператора  $\Lambda$ ) образуют ортонормированный базис в  $W_2^1(g)$ . Причем, скалярное произведение в  $W_2^1(g)$  можно ввести так, чтобы выполнялось равенство:  $(u, u_n)_{W_2^1(g)} = (\lambda_n + a)(u, u_n)_{L_2(g)} \quad \forall u \in W_2^1(g)$  см. [3]. Отсюда и из равенства Парсеваля следует, что  $\exists$  такие константы  $b_1, b_2 > 0$ , что  $\forall u \in W_2^1(g)$

$$b_1 \|u\|_{W_2^1(g)}^2 \leq \sum_{n=1}^\infty \lambda_n (u, u_n)_{L_2(g)}^2 \leq b_2 \|u\|_{W_2^1(g)}^2 \tag{6}$$

Обозначим через  $H_\theta$  следующее пространство функций

$$H_\theta = \{u \mid u \in W_2^1(g) \wedge \sum_{j=1}^\infty \lambda_j^\theta (u, v_j)_{W_2^1(g)}^2 < \infty\} \quad 0 \leq \theta \leq 1 \tag{7}$$

Тогда  $H_\theta$  - гильбертово пространство со скалярным произведением  $(u, v)_{H_\theta} = \left( \sum_{j=1}^\infty \lambda_j^{\theta/2} (u, v_j)_{W_2^1(g)} v_j, \sum_{j=1}^\infty \lambda_j^{\theta/2} (v, v_j)_{W_2^1(g)} v_j \right)_{W_2^1(g)}$  и ортонормированным базисом

$\left\{ \frac{v_j}{\lambda_j^{\theta/2}} \right\}_{j=1}^\infty$ . Используя (6), определение пространств  $H_\theta$ , можно сформулировать по-другому

$H_\theta = \{u \mid u \in W_2^1(g) \wedge \sum_{j=1}^{\infty} \lambda_j^{1+\theta} (u, u_j)_{L_2(g)}^2 < \infty\}; \quad 0 \leq \theta \leq 1$ . Из (6) следует, что  $H_0 \equiv W_2^1(g)$ . Теперь, если в лемме 1 положить  $H_0 \equiv W_2^1(g)$ , то  $[H_1, H_0]_\theta = H_{1-\theta}; \quad 0 \leq \theta \leq 1$ . (8)

Воспользовавшись определением прямой суммы пространств и известными интерполяционными свойствами пространств Соболева дробного порядка, можно доказать следующую лемму.

Лемма 2.  $[\bar{W}_2^2(g), \bar{W}_2^1(g)]_\theta = \bar{W}_2^{2-\theta}(g); \quad 0 \leq \theta \leq 1$  см. [6].

После проделанной подготовительной работы далее мы будем использовать теорему Лионса об интерполяции.

Теорема Лионса. Пусть  $X, Y$  два гильбертовых пространства  $X \subset Y$ ;  $X$  плотно в  $Y$  и непрерывно в него вложено. Пусть  $X_1$  и  $Y_1$  другая пара гильбертовых пространств с аналогичными свойствами. Пусть  $L(X, X_1) \wedge L(Y, Y_1)$  - множество всех линейных непрерывных операторов в соответствующих пространствах. Тогда, если оператор  $h \in L(X, X_1) \wedge L(Y, Y_1)$ , то  $h \in L([X, Y]_\theta, [X_1, Y_1]_\theta) \quad 0 < \theta < 1$  (см. [4]).

Замечание. В нашем случае оператор  $h$  всегда будет оператором вложения.

Приведем несколько следствий из этой теоремы и лемм 1, 2.

Следствие 1.  $\forall v \in [W_{2C}^2(g), W_2^1(g)]_\theta \Rightarrow \|v\|_{[W_{2C}^2(g), W_2^1(g)]_\theta}^2 \leq T_1 \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n^{2-\theta} v_n^2$ ;

$T_1 > 0; \quad 0 \leq \theta \leq 1; \quad v_n = (v, u_n)_{L_2(g)}$  (в теореме Лионса нужно положить  $X_1 = W_{2C}^2(g)$ ,  $Y_1 = W_2^1(g)$ ,  $X = H_1$ ,  $Y = H_0 = W_2^1(g)$  и воспользоваться (5), (6), (7), (8)).

Следствие 2.  $[W_{2C}^2(g), W_2^1(g)]_\theta \subseteq [\bar{W}_2^2(g), \bar{W}_2^1(g)]_\theta = \bar{W}_2^{2-\theta}(g); \quad 0 \leq \theta \leq 1$ .

Следствие 3. Исходя из общих свойств интерполяционных пространств (см. [4]), вытекает, что:

$$[H_{\frac{1}{2}-\varepsilon}, H_0]_\theta = \left[ [H_1, H_0]_{\frac{1}{2}+\varepsilon}, [H_1, H_0]_1 \right]_\theta = [H_1, H_0]_{(1-\theta)(\frac{1}{2}+\varepsilon)+\theta} = H_{\frac{1}{2}-\varepsilon-\theta(\frac{1}{2}-\varepsilon)};$$

$$0 \leq \varepsilon \leq 1/2; \quad 0 \leq \theta \leq 1.$$

Следствие 4. Введем гильбертовы пространства

$$\overset{\circ\circ}{W}_{2C}^2(g) = \{u \mid u \in \overset{\circ}{W}_{2C}^2(g); u|_\Gamma = \frac{\partial u}{\partial n}|_\Gamma = u|_{C-0} = u|_{C+0} = \frac{\partial u}{\partial n}|_{C-0} = \frac{\partial u}{\partial n}|_{C+0} = 0\},$$

$$\overset{\circ}{W}_{2C}^1(g) = \{u \mid u \in \overset{\circ}{W}_2^1(g); u|_\Gamma = u|_{C-0} = u|_{C+0} = 0\}.$$

Отметим, что замыкание  $\overset{\circ\circ}{W}_{2C}^2(g)$  по норме  $\overset{\circ}{W}_2^1(g)$  совпадает с  $\overset{\circ\circ}{W}_{2C}^1(g)$  (см. [6]).

Тогда справедливо следующее утверждение:

$$[\overset{\circ\circ}{W}_{2C}^2(g), \overset{\circ\circ}{W}_{2C}^1(g)]_\theta = \overset{\circ\circ}{W}_{2C}^{2-\theta}(g); \quad 1/2 < \theta < 1,$$

$$\text{где } \overset{\circ\circ}{W}_{2C}^{2-\theta}(g) = \{u \mid u \in W_2^{2-\theta}(g); u|_\Gamma = u|_{C-0} = u|_{C+0} = 0\}.$$

Для доказательства этого утверждения нужно представить

$$\overset{\circ\circ}{W}_{2C}^2(g) = \overset{\sim}{W}_{2C}^2(g_1) \oplus \overset{\sim}{W}_{2C}^2(g_2); \quad \overset{\circ\circ}{W}_{2C}^1(g) = \overset{\circ}{W}_{2C}^1(g_1) \oplus \overset{\circ}{W}_{2C}^1(g_2), \text{ где}$$

$$\overset{\sim}{W}_{2C}^2(g_1) = \{u \mid u \in W_2^2(g_1); u|_{C-0} = 0; \frac{\partial u}{\partial n}|_{C-0} = 0\}$$

$$\overset{\circ}{W}_{2C}^2(g_2) = \{u \mid u \in W_2^2(g_2); u|_{C+0} = u|_\Gamma = 0; \frac{\partial u}{\partial n}|_{C+0} = \frac{\partial u}{\partial n}|_\Gamma = 0\}$$

и воспользоваться известными интерполяционными свойствами пространств  $\overset{\sim}{W}_{2C}^2(g_i)$  и  $\overset{\circ}{W}_{2C}^1(g_i) \quad i = 1, 2$ ; (см. [6], [7]).

Следствие 5. Из следствия 4, соотношений (5), (6), (7), (8) и интерполяционной теоремы следует, что  $\forall v \in \overset{\circ\circ}{W}_{2C}^{2-\theta}(g)$  справедлива оценка

$$\sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n^{2-\theta} v_n^2 \leq A_1 \|v\|_{W_2^{2-\theta}(g)}^2; \quad 1/2 < \theta < 1; \quad A_1 > 0; \quad v_n = (v, u_n)_{L_2(g)}; \quad n = 1, 2, \dots$$

(В интерполяционной теореме нужно считать, что  $X = \overset{\circ}{\overset{\circ}{W}} \overset{\circ}{\overset{\circ}{\leftarrow}}_{2C}^2(g)$ ,  $Y = \overset{\circ}{\overset{\circ}{W}} \overset{\circ}{\overset{\circ}{\leftarrow}}_{2C}^1(g)$ ;  $X_1 = H_1$ ;  $Y_1 = H_0 = \overset{\circ}{\overset{\circ}{W}} \overset{\circ}{\overset{\circ}{\leftarrow}}_{2C}^1(g)$ ).

Теперь переходим к непосредственному доказательству теоремы. Теорему можно доказать для достаточно малого  $\varepsilon > 0$ . Из сходимости ряда Фурье функции  $f(x)$  по собственным функциям задачи (1) в  $L_2(g)$  к функции  $f(x)$  достаточно просто доказать равномерную сходимость в  $\bar{g}$  рассматриваемого ряда. Для этого воспользуемся критерием Коши. Нужно установить, что  $\forall \varepsilon_0 > 0 \exists$  номер  $k$  такой, что для любых номеров

$$N_1 \text{ и } N_2 \mid N_2 \geq N_1 \geq k \Rightarrow \left| \sum_{n=N_1}^{N_2} f_n u_n(x) \right| \leq \varepsilon_0 \quad \forall x \in \bar{g}; \quad (9)$$

$$f_n = (f, u_n(x))_{L_2(g)}; \quad n = 1, 2, \dots$$

Возьмем произвольную функцию  $v(x) \in [\overset{\circ}{\overset{\circ}{W}} \overset{\circ}{\overset{\circ}{\leftarrow}}_{2C}^2(g), \overset{\circ}{\overset{\circ}{W}} \overset{\circ}{\overset{\circ}{\leftarrow}}_{2C}^1(g)]_{\theta}$ ;  $0 \leq \theta < 1$ . Тогда

$$T_1 \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n^{2-\theta} v_n^2 \geq [\text{сл. 1}, v_n = (v, u_n(x))_{L_2(g)}] \geq \|v\|_{[\overset{\circ}{\overset{\circ}{W}} \overset{\circ}{\overset{\circ}{\leftarrow}}_{2C}^2(g), \overset{\circ}{\overset{\circ}{W}} \overset{\circ}{\overset{\circ}{\leftarrow}}_{2C}^1(g)]_{\theta}}^2 \quad (10)$$

С другой стороны

$$\|v\|_{[\overset{\circ}{\overset{\circ}{W}} \overset{\circ}{\overset{\circ}{\leftarrow}}_{2C}^2(g), \overset{\circ}{\overset{\circ}{W}} \overset{\circ}{\overset{\circ}{\leftarrow}}_{2C}^1(g)]_{\theta}} \geq [\text{сл. 2}] \geq T_2 \|v\|_{[\overset{\circ}{\overset{\circ}{W}} \overset{\circ}{\overset{\circ}{\leftarrow}}_{2C}^2(g), \overset{\circ}{\overset{\circ}{W}} \overset{\circ}{\overset{\circ}{\leftarrow}}_{2C}^1(g)]_{\theta}} = [\text{лемма 1}] = = T_2 \|v\|_{W_2^{2-\theta}(g)} = T_2 (\|v\|_{W_2^{2-\theta}(g_1)} + \|v\|_{W_2^{2-\theta}(g_2)}) \geq [\text{теорема вложения для пространств С.Л.Соболева при}$$

$$N = 2] \geq T_3 \|v\|_{C(\bar{g})}; \quad T_1, T_2, T_3 > 0. \quad (11)$$

Из (10) и (11) следует, что  $\forall v(x) \in [\overset{\circ}{\overset{\circ}{W}} \overset{\circ}{\overset{\circ}{\leftarrow}}_{2C}^2(g), \overset{\circ}{\overset{\circ}{W}} \overset{\circ}{\overset{\circ}{\leftarrow}}_{2C}^1(g)]_{\theta}$  ( $0 \leq \theta < 1$ ) справедлива оценка

$$\|v\|_{C(\bar{g})}^2 \leq p_1 \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n^{2-\theta} v_n^2; \quad p_1 > 0; \quad 0 \leq \theta < 1 \quad (12)$$

Возьмем в качестве  $v(x)$  функцию  $v(x) = \sum_{n=N_1}^{N_2} f_n u_n(x)$ . Эта функция принадлежит  $\overset{\circ}{\overset{\circ}{W}} \overset{\circ}{\overset{\circ}{\leftarrow}}_{2C}^2(g)$  (см. [5]). Тогда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n^{2-\theta} v_n^2 = \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n^{2-\theta} (v, u_n(x))_{L_2(g)}^2 = \sum_{n=N_1}^{N_2} \lambda_n^{2-\theta} f_n^2; \quad 0 \leq \theta < 1 \quad (13)$$

Поэтому из (12) и (13) следует, что для того, чтобы доказать (9), достаточно установить сходимость ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n^{2-\theta} f_n^2$  для какого-нибудь  $\theta \in [0, 1)$ .

Возьмем произвольную функцию  $h(x) \in \overset{\circ}{\overset{\circ}{W}} \overset{\circ}{\overset{\circ}{\leftarrow}}_{2C}^2(g)$  и  $h|_{\Gamma} = 0 = \frac{\partial h}{\partial n} = h|_{C-0} = h|_{C+0} = 0$ . Следовательно,  $h(x) \in \overset{\circ}{\overset{\circ}{W}} \overset{\circ}{\overset{\circ}{\leftarrow}}_{2C}^{2-\theta}(g)$ ,  $1/2 < \theta < 1$  (см. [7]). Вычислим коэффициенты Фурье  $h_n$  функции  $h(x)$  по собственным функциям  $u_n(x)$  задачи (1). Применяя вторую формулу Грина по областям  $g_1$  и  $g_2$ , получим

$$h_n = \frac{1}{\lambda_n} \tilde{h}_n + \frac{1}{\lambda_n} \int_C \left[ \frac{\partial h}{\partial \nu} \right]_C u_n(s) ds \quad (14)$$

где  $\sum_{n=1}^{\infty} \tilde{h}_n^2 \leq C_1 \|h\|_{\overset{\circ}{\overset{\circ}{W}} \overset{\circ}{\overset{\circ}{\leftarrow}}_{2C}^2(g)}^2$ ;  $C_1 > 0$ ;  $\left[ \frac{\partial h}{\partial \nu} \right]_C = k_1 \frac{\partial u}{\partial n}|_{C-0} - k_2 \frac{\partial u}{\partial n}|_{C+0}$ . Применим следствие 5. Получим оценку

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_n^{\theta}} \left( \int_C \left[ \frac{\partial h}{\partial \nu} \right]_C u_n(s) ds \right)^2 \leq C_2 \|h\|_{\overset{\circ}{\overset{\circ}{W}} \overset{\circ}{\overset{\circ}{\leftarrow}}_{2C}^2(g)}^2; \quad C_2 > 0. \quad (15)$$

Теперь возьмем произвольную функцию  $F \in W_2^2(g)$ ;  $F|_{\Gamma} = \frac{\partial F}{\partial n}|_{\Gamma} = 0$ . Ее коэффициент Фурье  $F_n$  по системе  $\{u_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$  в точности определяется формулой (14)

$$F_n = \frac{1}{\lambda_n} \tilde{F}_n + \frac{1}{\lambda_n} \int_C \left[ \frac{\partial F}{\partial \nu} \right]_C u_n(s) ds; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{F}_n^2 \leq C_3 \|F\|_{W_2^2(g)}^2; \quad C_3 > 0; \quad (16)$$

$$\left[ \frac{\partial F}{\partial \nu} \right]_C = k_1 \frac{\partial F}{\partial n}|_{C-0} - k_2 \frac{\partial F}{\partial n}|_{C+0}$$

Кроме того, в силу известных теорем С.М.Никольского о следах существует функция  $\hat{F}$  такая, что

$$\hat{F} \in \bar{W}_2^2(g) \wedge W_2^{2-\theta}(g); 1/2 < \theta < 1; \hat{F}|_G = \frac{\partial \hat{F}}{\partial n}|_G = \hat{F}|_{C-0} = \hat{F}|_{C+0} = 0$$

$$\left[ \frac{\partial \hat{F}}{\partial v} \right]_C = \left[ \frac{\partial F}{\partial v} \right]_C; \|\hat{F}\|_{\bar{W}_2^2(g)} \leq C_4 \|F\|_{W_2^2(g)}; C_4 > 0;$$

$$\left[ \frac{\partial \hat{F}}{\partial v} \right]_C = k_1 \frac{\partial \hat{F}}{\partial n}|_{C-0} - k_2 \frac{\partial \hat{F}}{\partial n}|_{C+0}.$$

Поэтому  $\hat{F} \in \overset{\circ}{W} \overset{\circ}{\leftrightarrow} \bar{W}_2^{2-\theta}(g)$  и для нее справедлива оценка (15)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_n^\theta} \left( \int_C \left[ \frac{\partial \hat{F}}{\partial v} \right]_C u_n(s) ds \right)^2 \leq C_2 \|\hat{F}\|_{\bar{W}_2^2(g)}^2. \quad (18)$$

Тогда, учитывая (14), (15), (16), (17), (18), для исходной функции  $F$  выполняется неравенство

$$\sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n^{2-\theta} F_n^2 \leq C_5 \|F\|_{W_2^2(g)}^2; \quad C_5 > 0. \quad (19)$$

Обозначим  $\delta = \theta - \frac{1}{2}$ ;  $\frac{1}{2} < \theta < 1$ ;  $0 < \delta < \frac{1}{2}$ . Тогда из (19) следует, что  $\forall F(x) \in W_2^2(g)$ ;  $F|_G = \frac{\partial F}{\partial n}|_G = 0$  справедлива оценка

$$\sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n^{2-\delta} F_n^2 \leq C_5 \|F\|_{W_2^2(g)}^2. \quad (20)$$

Пусть  $\delta = \varepsilon$ . Снова применим интерполяционную теорему ( $X = \{F | F \in W_2^2(g), F|_G = \frac{\partial F}{\partial n}|_G = 0\}$ ;  $Y = \overset{\circ}{W} \overset{\circ}{\leftrightarrow} \bar{W}_2^1(g)$ ;  $X_1 = H_{\frac{1}{2}-\varepsilon}$ ;  $Y_1 = H_0$ ). Тогда из (20), (6), интерполяционной теоремы, следствия 3 (в этом следствии нужно взять индекс интерполяции  $\theta_0 = 1 - \varepsilon$  и  $[H_{\frac{1}{2}-\varepsilon}, H_0]_{(1-\varepsilon)} = H_{\frac{1}{2}-\varepsilon-(1-\varepsilon)(\frac{1}{2}-\varepsilon)} = H_{\frac{\varepsilon}{2}-\varepsilon^2}$ ), получим, что  $\forall f(x) \in \overset{\circ}{W} \overset{\circ}{\leftrightarrow} \bar{W}_2^{1+\varepsilon}(g)$ ;  $0 < \varepsilon < 1/2$  сходится ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n^{1+\frac{\varepsilon}{2}-\varepsilon^2} f_n^2 \leq K \|f\|_{\overset{\circ}{W} \overset{\circ}{\leftrightarrow} \bar{W}_2^{1+\varepsilon}(g)}^2$ , что, используя (12), (13), где  $\theta = 1 + \frac{\varepsilon}{2} - \varepsilon^2$ , и доказывает теорему.

**Замечание.** Число  $\varepsilon$  в теореме убрать нельзя. Так как функция из класса  $W_2^1(g)$  при  $N = 2$  не обязана быть непрерывной и поэтому не может быть равномерной сходимости к ней в  $\bar{g}$  ряда Фурье по непрерывным собственным функциям задачи (1).

#### Список литературы:

- Ильин В.А. О системе классических собственных функций линейного самосопряженного эллиптического оператора с разрывными коэффициентами // ДАН СССР. 1961. Т. 137. № 2. С. 272-275. [Il'in V.A. O sisteme klassicheskikh sobstvennykh funktsij linejnogo samosoprjazhennogo jellipticheskogo operatora s razryvnymi koeficientami // DAN SSSR. 1961; 137 (2): 272-275. (In Russ).]
- Сучков М.В., Трифоненков В.П. О принципе локализации для оператора Лапласа с разрывным коэффициентом в областях, не содержащих точек разрыва // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2017. № 1. С. 8-17. [Suchkov M.V., Trifonenkov V.P. O principe lokalizacii dlja operatora Laplasa s razryvnym koeficientom v oblastjakh, ne soderzhashhijh toček razryva // Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo oblastnogo universiteta. Serija: Fizika-matematika. 2017; (1): 8-17. (In Russ).]
- Ладыженская О.А., Уралцева Н.Н. Линейные и квазилинейные уравнения эллиптического типа. М.: Наука. 1973. [Ladzhenskaja O.A., Ural'ceva N.N. Linejnye i kvazilinejnye uravnenija jellipticheskogo tipa. M.: Nauka. 1973. (In Russ).]
- Лионс Ж.-Л., Мадженес Э. Неоднородные граничные задачи и их приложения. М.: Мир. 1971. [Lions Zh.-L., Madzhenes Je. Neodnorodnye granichnye zadachi i ih prilozhenija. M.: Mir. 1971. (In Russ).]
- Ройтберг Я.А., Шефтель З.Г. Граничные задачи и задачи на собственные значения для уравнений эллиптического типа с разрывными коэффициентами. Сборник "Математическая физика". Киев. 1965. С. 119-135. [Rojtberg Ja.A., Sheftel' Z.G. Granichnye zadachi i zadachi na sobstvennye znachenija dlja uravnenij jellipticheskogo tipa s razryvnymi koeficientami. Sbornik "Matematicheskaja fizika". Kiev. 1965. S. 119-135. (In Russ).]
- Трибель Х. Теория интерполяции. Функциональные пространства. Дифференциальные операторы. М.: Мир. 1980. [Tribel' H. Teorija interpoljacii. Funkcional'nye prostranstva. Differencial'nye operatory. M.: Mir. 1980. (In Russ).]
- Буренков В.И. Об аддитивности классов  $W_p^2(\Omega)$  // Труды МИАН. Т. 89. № 1. 1967, С. 31-55. [Burenkov V.I. Ob additivnosti klassov  $W_p^2(\Omega)$  // Trudy MIAN 1967; 89 (1): 31-55. (In Russ).]

#3(67), 2021 часть 1  
Восточно Европейский научный журнал  
(Санкт-Петербург, Россия)  
Журнал зарегистрирован и издается в России  
В журнале публикуются статьи по всем  
научным направлениям.  
Журнал издается на русском, английском и  
польском языках.

Статьи принимаются до 30 числа каждого  
месяца.  
Периодичность: 12 номеров в год.  
Формат - А4, цветная печать  
Все статьи рецензируются  
Бесплатный доступ к электронной версии  
журнала.

Редакционная коллегия

Главный редактор - Адам Барчук

Миколай Вишневецки

Шимон Анджеевский

Доминик Маковски

Павел Левандовски

Ученый совет

Адам Новицки (Варшавский университет)

Михал Адамчик (Институт  
международных отношений)

Питер Коэн (Принстонский университет)

Матеуш Яблоньски (Краковский  
технологический университет имени  
Тадеуша Костюшко)

Петр Михалак (Варшавский университет)

Ежи Чарнецкий (Ягеллонский университет)

Колуб Френнен (Тюбингенский  
университет)

Бартош Высоцкий (Институт  
международных отношений)

Патрик О'Коннелл (Париж IV Сорбонна)

Мацей Качмарчик (Варшавский  
университет)

#3(67), 2021 part 1  
Eastern European Scientific Journal  
(St. Petersburg, Russia)  
The journal is registered and published in Russia  
The journal publishes articles on all scientific  
areas.  
The journal is published in Russian, English  
and Polish.

Articles are accepted till the 30th day of each  
month.  
Periodicity: 12 issues per year.  
Format - A4, color printing  
All articles are reviewed  
Free access to the electronic version of journal

Editorial

Editor-in-chief - Adam Barczuk

Mikolaj Wisniewski

Szymon Andrzejewski

Dominik Makowski

Pawel Lewandowski

Scientific council

Adam Nowicki (University of Warsaw)

Michal Adamczyk (Institute of International  
Relations)

Peter Cohan (Princeton University)

Mateusz Jablonski (Tadeusz Kosciuszko  
Cracow University of Technology)

Piotr Michalak (University of Warsaw)

Jerzy Czarnecki (Jagiellonian University)

Kolub Frennen (University of Tübingen)

Bartosz Wysocki (Institute of International  
Relations)

Patrick O'Connell (Paris IV Sorbonne)

Maciej Kaczmarczyk (University of Warsaw)

**Давид Ковалик (Краковский  
технологический университет им. Тадеуша  
Костюшко)**

**Питер Кларквуд (Университетский  
колледж Лондона)**

**Игорь Дзедзич (Польская академия наук)**

**Александр Климек (Польская академия  
наук)**

**Александр Роговский (Ягеллонский  
университет)**

**Кехан Шрайнер (Еврейский университет)**

**Бартош Мазуркевич (Краковский  
технологический университет им. Тадеуша  
Костюшко)**

**Энтони Маверик (Университет Бар-Илан)**

**Миколай Жуковский (Варшавский  
университет)**

**Матеуш Маршалек (Ягеллонский  
университет)**

**Шимон Матысяк (Польская академия  
наук)**

**Михал Невядомский (Институт  
международных отношений)**

**Главный редактор - Адам Барчук**

1000 экземпляров.

Отпечатано в ООО «Логика+»

198320, Санкт-Петербург,

Город Красное Село,

ул. Геологическая,

д. 44, к. 1, литера А

«Восточно Европейский Научный Журнал»

Электронная почта: [info@eesa-journal.com](mailto:info@eesa-journal.com),

<https://eesa-journal.com/>

**Dawid Kowalik (Kracow University of  
Technology named Tadeusz Kościuszko)**

**Peter Clarkwood (University College London)**

**Igor Dzedzic (Polish Academy of Sciences)**

**Alexander Klimek (Polish Academy of  
Sciences)**

**Alexander Rogowski (Jagiellonian University)**

**Kehan Schreiner (Hebrew University)**

**Bartosz Mazurkiewicz (Tadeusz Kościuszko  
Cracow University of Technology)**

**Anthony Maverick (Bar-Ilan University)**

**Mikołaj Żukowski (University of Warsaw)**

**Mateusz Marszałek (Jagiellonian University)**

**Szymon Matysiak (Polish Academy of  
Sciences)**

**Michał Niewiadomski (Institute of  
International Relations)**

**Editor in chief - Adam Barczuk**

1000 copies.

Printed by Logika + LLC

198320, Region: St. Petersburg,

Locality: Krasnoe Selo Town,

Geologicheskaya 44 Street,

Building 1, Litera A

"East European Scientific Journal"

Email: [info@eesa-journal.com](mailto:info@eesa-journal.com),

<https://eesa-journal.com/>